1. Allgemeines

Experimente mit flüssigem Helium sind aus der modernen Tieftemperaturphysik nicht mehr wegzudenken. Insbesondere deswegen, weil Helium auch bei Temperaturen in der Nähe von einem Kelvin noch flüssig ist und damit zur Verdampfungskühlung eingesetzt werden kann. Allerdings erreicht man auf diese Weise mit reinem ^{4}He nur ca. 0.8 K. Tiefere Temperaturen, bis in den Bereich von einigen mK lassen sich nur mit Hilfe aufwendigerer Kühlanlagen erreichen. Beispielsweise durch sogenannte Mischkryostaten, in denen ein Gemisch aus ^{3}He und ^{4}He eingesetzt wird.
Außer dieser Forschung *mit* Helium hat natürlich auch die Forschung *am* Helium große Bedeutung, denn es treten eine Reihe ungewöhnlicher Phänomene auf, die allein auf die Quantennatur des Heliums zurückzuführen sind.

Ziel des Praktikumsversuchs ist es sich, neben dem Umgang mit flüssigem Helium mit einigen dieser bemerkenswerten Eigenschaften von ^{4}He vertraut zu machen.

1.1 Springbrunneneffekt

Kühlt man ^{4}He unter 2.172 K ab, so geht es in den suprafluiden Zustand über. Das Verhalten von suprafluidem Helium, sog. HeII, läßt sich mit Hilfe des 2-Flüssigkeits-Modells beschreiben. Dabei wird angenommen, daß sich die Flüssigkeit aus zwei Komponenten zusammensetzt, einer Normalkomponente mit der Dichte ρ_n und einer Suprakomponente ρ_s. Verbindet man zwei HeII-gefüllte Gefäße durch ein feinporiges Filter, das nur die Suprakomponente passieren läßt, und erwärmt eines der Gefäße etwas, so kann man den 'Springbrunneneffekt' beobachten :
Der Heliumspiegel im wärmeren Gefäß steigt über den im kälteren. Bei geeigneter Gefäßform und ausreichend großer Temperaturdifferenz spritzt das Helium aus dem wärmeren Gefäß (siehe Abb. 1).

Aus der Höhenstandsdifferenz kann die Entropie der Flüssigkeit bestimmt werden.

1.2 Filmfluß

Ein Flüssigkeitsfilm aus suprafluidem Helium ist im Gegensatz zum Film einer Normalflüssigkeit auf seiner Unterlage sehr gut beweglich. Hat man zwei Behälter mit Helium, die über einen suprafluiden Film miteinander in Verbindung stehen, so gleicht sich eine etwaige Höhenstandsdifferenz der Flüssigkeitsspiegel durch den Fluß des suprafluiden Films rasch aus. Aus der Filmflußrate lassen sich Rückschlüsse auf die Filmdicke, kritische Geschwindigkeit und die Dichte der Suprakomponente des Films ziehen.

2. Versuchsaufbau und Durchführung des Experiments

Die Versuchsanordnung zur Beobachtung von Filmfluß und Springbrunneneffekt ist in Abb.1 schematisch dargestellt. Sie besteht aus einem Glasrohr mit einer seitlich angebrachten Kapillare, das sich in zwei ineinandergestellten Isoliergefässen aus Glas, sog. Dewars befindet. Das innere Isoliergefäß ist während des Experiments mit flüssigem Helium gefüllt. Das verdamfende Helium kann aus ihm mit Hilfe der Pumpe P über die Ventile V1 und V2 (V2 : Dosierventil) abgepumpt werden.
Zur Messung der Heliumstandsdifferenz zwischen Glasrohr und Bad dient eine höhenverstellbare Videokamera. Mit ihr können die Vorgänge im Kryostaten durch Sichtschlitze in den Dewargefäßen beobachtet werden.

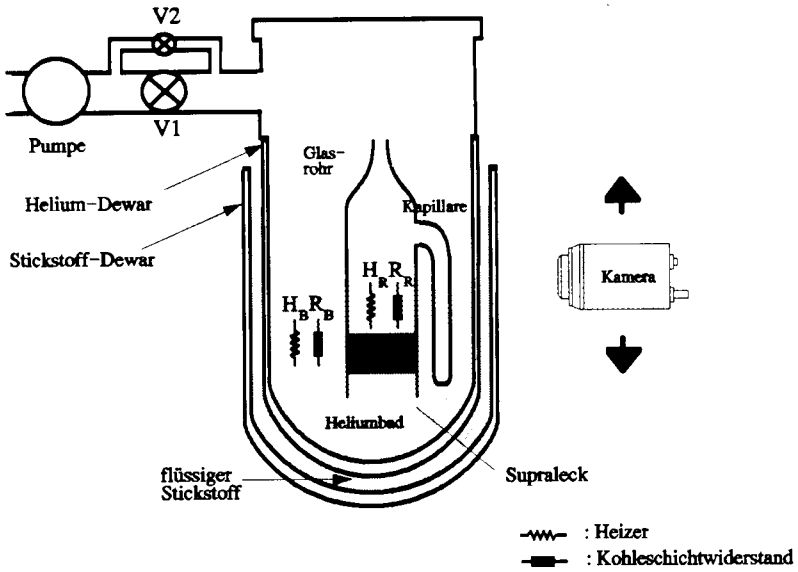


Abb. 1 Schematische Darstellung des Versuchsaufbaus

2.1 Entropiemessung mit Hilfe des Springbrunneneffekts

Zwei Behälter mit suprafluidem Helium - das Glasrohr einerseits und das umgebende Heliumbad andererseits - stehen über ein sog. Supraleck aus feinkörnigem Schmirgelpulver miteinander in Verbindung. Das Pulver ist so dicht gepackt, daß es nur von der Suprakomponente des Heliums durchströmt werden kann.

Zunächst befindet sich das Helium in beiden Behältern auf gleicher Temperatur und die Flüssigkeitsspiegel stehen gleich hoch. Wird nun das Helium im Glasrohr durch Einschalten des Heizers H_R über die Temperatur des umgebenden Bades erwärmt, so erniedrigt sich dessen suprafluide Dichte ρ_s und es strömt Suprakomponente über das Supraleck aus

dem Bad nach. Der Flüssigkeitsspiegel im Rohr steigt, bis der hydrostatische Druck mit dem Druck der Suprakomponente im Gleichgewicht ist. Dieser Druck ist gegeben durch :

$$\Delta P = \rho \cdot S \cdot \Delta T \qquad (1)$$

Hier ist $\rho = 0.146\ g/cm^3$ die Dichte des Heliums und S seine Entropie. Im interessanten Temperaturbereich wird eine Höhenstandsdifferenz von 1 cm bereits durch einen Temperaturunterschied von nur einigen 10^{-4} K hervorgerufen.

Im Versuchsaufbau ist zusätzlich zum Heizer im Rohr H_R noch ein Heizer H_B mit gleichem Widerstandswert im Bad angebracht. Damit sich die Temperatur des Bades während der Messung möglichst wenig ändert, läßt man zunächst den Heizstrom über H_B fließen und stabilisiert die Temperatur des Bades mit Hilfe der weiter unter noch zu besprechenden Regelelektronik. Die Temperatur innerhalb des Glasrohrs stimmt dann natürlich mit der Badtemperatur überein. Anschließend wird die Heizung von H_B auf H_R umgeschaltet. Die Temperatur im Rohr steigt jetzt an, während die Badtemperatur durch die Regelung auf einem konstanten Wert gehalten wird. Die sich einstellende Pegeldifferenz der Flüssigkeitsspiegel kann nun einfach mit der Höhenverstellung der Kamera gemessen werden. DerTemperaturunterschied zwischen Bad und Rohr wird mit Hilfe einer Wheatstone-Brücke bestimmt.
Messen Sie die Entropie von 1.65 bis 1.9 K in Schritten von 25mK.

2.2 Filmflußmessung

Zum Füllen der Kapillare wird der Heizer H_R im Glasrohr eingeschaltet und der Strom durch den Heizer solange gesteigert, bis aufgrund des Springbrunneneffekts das Helium bis zum Ansatz der Kapillare gestiegen ist. Sobald die Kapillare gefüllt ist, wird der Strom durch H_R wieder auf den ursprünglichen Wert eingestellt und dann auf den Badheizer H_B umgeschaltet. Der Heliumspiegel im Rohr fällt dann wieder auf das Niveau des Bades. Das Absinken des Heliumspiegels in der Kapillare durch den Fluß des suprafluiden Films wird nun in Abständen von 1 min für die Dauer von 20 min beobachtet. Dieser zeitliche Verlauf soll bei den Temperaturen 1.70 , 1.80 und 1.90 K gemessen werden.

2.3 Thermometrie

In diesem Versuch müssen kleine Temperaturdifferenzen (ca. 10-4 K) sehr genau bestimmt werden. Hierzu dienen handelsübliche Kohleschichtwiderstände, die bei tiefen Temperaturen einen sehr starken Temperaturgang ($\Delta R/\Delta T \approx 10^4\ \Omega / K$ und mehr) aufweisen. Ein Beispiel für die Charakteristik eines derartigen Widerstands ist in Abb. dargestellt.
Kohlethermometer sind zwar sehr billig, haben aber gegenüber den auch sehr oft verwendeten Germanium-Thermometern den Nachteil, daß sich ihre Empfindlichkeit im Laufe der Zeit ändert. Daher müssen bei jedem Versuch die Widerstände gegen den Dampfdruck des Heliums neu geeicht werden.

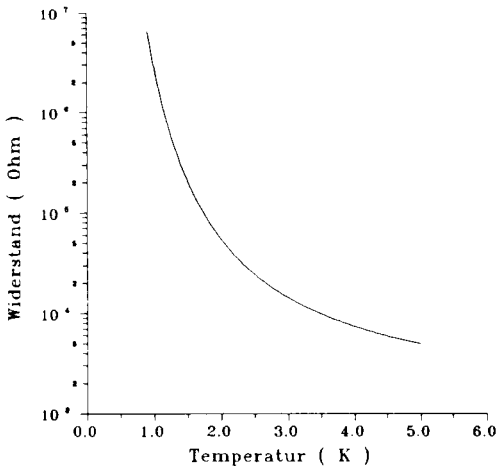


Abb. 2 charakteristischer R (T) - Verlauf

Der Wert des temperaturabhängigen Widerstands wird mit einer Wheatstone-Meßbrücke ermittelt. Um Fehler durch die Messung, insbesondere ein Aufheizen des Widerstands über die zu messende Umgebungstemperatur klein zu halten, darf die Meßleistung nur sehr klein sein ($< 10^{-6}$ W). Die erforderlichen geringen Ströme und Spannungen können durch eine Gleichstrommessung nicht mehr zuverlässig bestimmt werden. (Überlegen Sie sich warum !) Deshalb wird die Wheatstonebrücke mit Wechselspannung betrieben. Die erforderliche Empfindlichkeit und Genauigkeit des Brückenabgleichs wird durch die Verwendung eines Lock-In-Verstärkers erreicht.

2.4 Aufbau eines Lock-In-Verstärkers

Um den Aufbau eines Lock-In-Verstärkers zu verstehen, ist es zunächst einmal wichtig sich dessen genaue Aufgabe vor Augen zu halten. Der Zweck eines Lock-In-Verstärkers besteht darin, aus einem Signalgemisch am Lock-In-Eingang einen Anteil mit bestimmter Frequenz ω und Phasenlage φ herauszufiltern und zu verstärken. Rein mathematisch betrachtet entspricht das einer Fouriertransformation, deren reelle Koeffizienten z.B. durch folgende zwei Gleichungen gegeben sind :

$$a_\omega = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \cdot \cos(\omega t)\, dt \qquad (2)$$

$$b_\omega = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \cdot \sin(\omega t)\, dt \qquad (3)$$

Dabei ist f(t) = f(t + T) eine beliebige periodische Funktion. Weiterhin gilt, daß sich sin (ωt) von cos (ωt) nur um einen Phasenwinkel von 90 Grad unterscheidet und deshalb (2) und (3) allgemeiner für beliebige Phasenwinkel φ durch folgende Gleichung ausgedrückt werden können :

$$c(\omega, \varphi) = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \cdot \cos(\omega t + \varphi)\, dt \qquad (4)$$

Die Größe des Koeffizienten $c(\omega, \varphi)$ hängt also neben der Frequenz ω auch noch vom Phasenwinkel φ ab. Gleichung (4) kann nun auf einfache Weise in ein Blockschaltbild übertragen werden. Abb. 3 zeigt schematisch die Grundkomponenten aus denen sich ein Lock-In-Verstärker zusammensetzt und ihre Zuordnung zu (4).

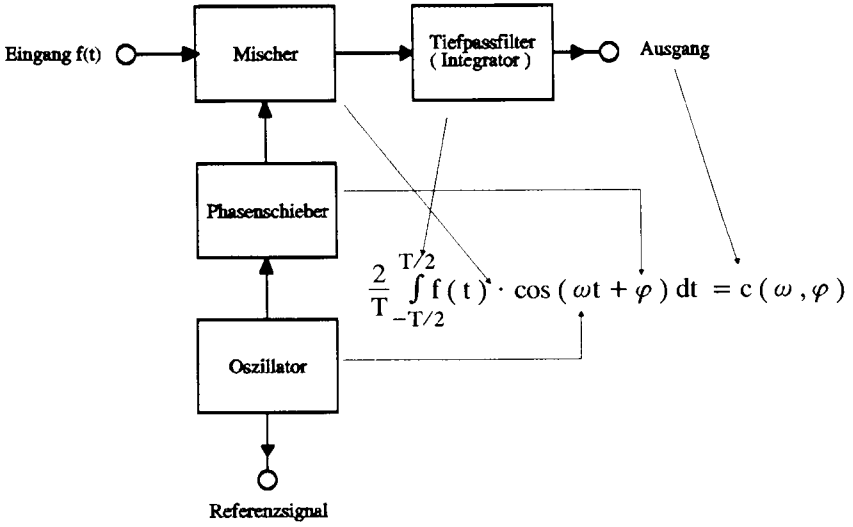
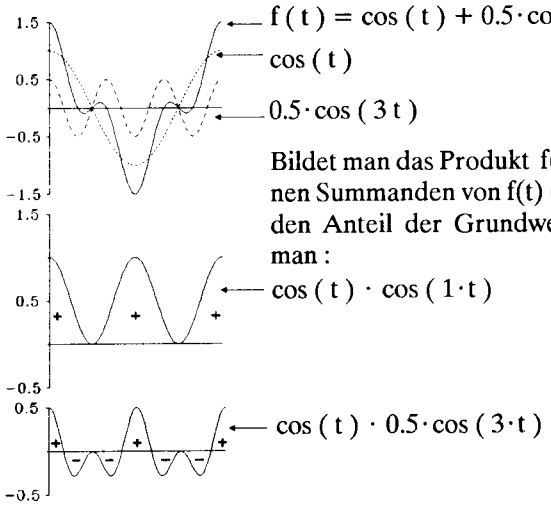


Abb. 3 Blockschaltbild eines Lock-In-Verstärkers

Anschaulich kann man sich die Eigenschaften eines Lock-In-Verstärkers nochmals mit Hilfe der folgenden Abbildung klar machen, in der f(t) beispielsweise aus zwei verschiedenen Frequenzanteilen zusammengesetzt ist :



Bildet man das Produkt $f(t)\cdot\cos(\omega t)$ für die einzelnen Summanden von f(t) (mit $\omega = 1$, weil wir uns für den Anteil der Grundwelle interessieren) so erhält man :

Es ist leicht zu erkennen, daß durch Integration über eine Periode nur der Anteil mit $\omega = 1$ ($= \omega_0$) beiträgt, da nur für diese Frequenz alle Flächenbeiträge positiv sind. Für $\omega = 3$ ergibt die Summation null, da sich positive und negative Anteile exakt aufheben. Das gilt für alle $\omega_k = k\cdot\omega_0$ mit $k > 1$.
Genau diese Transformationseigenschaft macht sich der Lock-In zu nutze. Allerdings wird im Integrator nicht präzise über eine Periode der Referenzfrequenz aufsummiert, da für reale f(t) die Bedingung $f(t) = f(t+T)$ zumeist nicht erfüllt ist. Vielmehr stellt man die Intergrationszeitkonstante des analogen Tiefpasses so ein, daß er viele Perioden der Referenzfrequenz aufintegriert. Dadurch läßt sich die Filtereigenschaft des Lock-In-Verstärkers weiterhin verbessern, weil sich dann auch Frequenzanteile die nahe bei der Referenzfrequenz liegen und sich um kein ganzzahliges Vielfaches von ihr unterscheiden wirkungsvoll herausmitteln. (Versuchen Sie sich diesen Zusammenhang an einem Beispiel graphisch klar zu machen, bei dem die Zeitfunktion f(t) folgendes Aussehen hat : $f(t) = \cos(t) + 0.5\cdot\cos(1.1\cdot t)$).

Das Schaltbild des Praktikums-Lock-in-Verstärkers weicht etwas vom idealen Lock-In ab, da sich eine enorme schaltungstechnische Vereinfachung ergibt, wenn man das Eingangssignal nicht mit einem reinen Cosinus (bzw. Sinus) multipliziert, sondern mit einer Rechteckspannung synchron gleichrichtet. D.h. f(t) wird mit einer Funktion

$$g(t) = \begin{cases} -1 & \text{für } -T/2 < t < 0 \\ 1 & \text{für } \quad 0 < t < T/2 \end{cases}$$

multipliziert, die auch durch ihre Fourierkoeffizienten $\tilde{a}_k$ und $\tilde{b}_k$ als

$$g(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \left\{ \tilde{a}_k \cos(k\,\omega_0 t) + \tilde{b}_k \sin(k\,\omega_0 t) \right\}$$

darstellt werden kann. Das Ausgangssignal des Lock-In sieht dann folgendermaßen aus:

$$U_{A_{Lock-In}} = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\cdot\sum_{k=0}^{\infty}\left\{\tilde{a}_k\cos(k\,\omega_0 t) + \tilde{b}_k\sin(k\,\omega_0 t)\right\}dt =$$

$$\sum_{k=0}^{\infty}\left\{\frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\cdot\tilde{a}_k\cos(k\,\omega_0 t)\,dt + \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\cdot\tilde{b}_k\sin(k\,\omega_0 t)\,dt\right\} =$$

$$\sum_{k=0}^{\infty}\left\{\tilde{a}_k\cdot c(\omega_k, 0) + \tilde{b}_k\cdot c(\omega_k, -\pi/2)\right\}$$

Das bedeutet aber nichts anderes, als daß im Lock-In-Ausgangssignal nicht nur der Anteil der Grundwelle ω_0 (ω_0 = Grundfrequenz des Referenzsignal) enthalten ist, sondern auch

sämtliche Oberwellenanteile ($\omega_k = k \cdot \omega_0$) aus dem Eingangsspektrum von f(t) entsprechend ihren Gewichtungen durch die a_k und b_k.

Bei dieser Betrachtung ist der Phasenwinkel zwischen Meßsignal und Lock-In-Eingang der Einfachheit halber gleich null gesetzt worden. In der Realität treten aber durchaus Phasendrehungen durch Zuleitungskapazitäten und -induktivitäten zwischen Referenz- und Meßsignal auf. Diese können durch den Phasenschieber zwischen Oszillator und Mischer kompensiert werden, so daß sich ein Maximum der Ausgangsspannung einstellen läßt. Nehmen Sie an, $U_{A\ Lock\text{-}In}$ sei maximal und Sie verändern den Phasenwinkel nun um 90 bzw. 180 Grad. Welche Ausgangsspannungen erwarten Sie ?

Der Praktikums-Lock-In arbeitet mit einer Referenzfrequenz von 30 Hz. Abb. 4 zeigt den Aufbau des Lock-In-Verstärkers. Die Spannungen an den wichtigsten Punkten der Schaltung sind über Steckbuchsen herausgeführt, so daß sie direkt mit Hilfe eines Oszillographen beobachtet werden können.

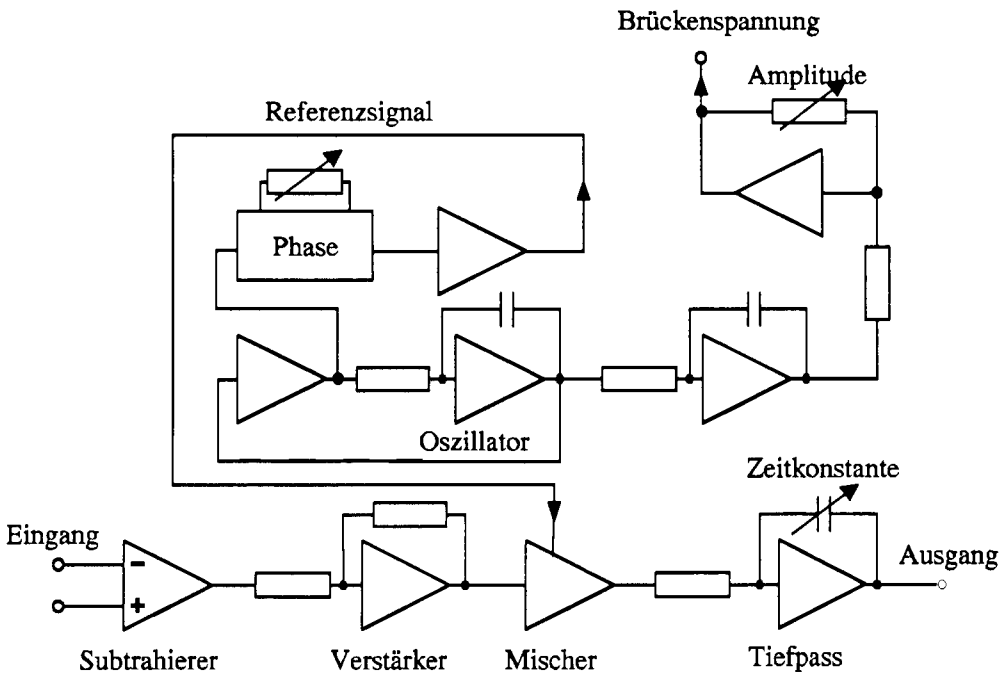


Abb. 4 Aufbau des Praktikum-Lock-In-Verstärkers

2.5 Temperaturmessung mit Wheatstone-Brücke und Lock-In

Abb. 5 zeigt die Schaltung zur Messung der Widerstände R_R und R_B.

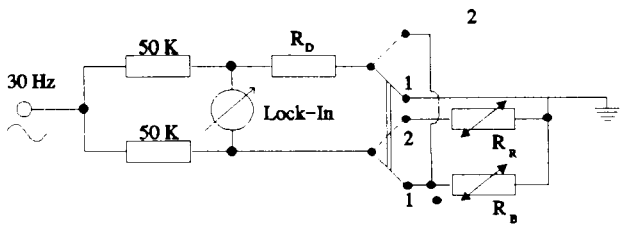


Abb. 5

Widerstandsmeßschaltung

Schalterstellung :

1 Badwiderstand
2 Differenz zwischen R_B und R_R

Mit dieser Thermometeranordnung können - nach erfolgter Eichung - sowohl die Absolutwerte wie auch die Temperaturdifferenzen zwischen Rohr und Bad gemessen werden. Hierzu sind zwei Widerstandsthermometer mit gleicher Temperaturcharakteristik vorhanden : R_R im Glasrohr und R_B im Bad.
In Schalterstellung 1 und bei abgeglichener Meßbrücke kann am Dekadenwiderstand R_D der Wert von R_B abgelesen werden. In Stellung 2 wird direkt die Widerstandsdifferenz zwischen R_B und R_R gemessen. Diese Differenz muß sowohl bei $T_{Bad} = T_{Rohr}$ wie auch bei $T_{Bad} < T_{Rohr}$ gemessen werden ! Der Grund dafür ist, daß die Widerstände R_R und R_B zwar dieselbe Charakteristik besitzen, aber die Absolutwerte unterscheiden sich ein wenig, auch wenn beide auf derselben Temperatur sind. Die Widerstandsänderung, die allein auf die Temperaturänderung des Heliums im Rohr zurückzuführen ist, kann dann aus dem Unterschied zwischen den gemessenen Widerstandsdifferenzen berechnet werden.

Zur Bestimmung der Temperaturdifferenz wird folgendes Vorgehen empfohlen :

1. Überzeugen Sie sich, daß die Temperaturregelung einwandfrei funktioniert und die Heizleistung im Bad umgesetzt wird. Bringen Sie den Schalter in Stellung 1 und bestimmen Sie den Absolutwert von R_B.

2. Schalten Sie auf Stellung 2 um und bestimmen durch Brückenabgleich die Widerstandsdifferenz ΔR_0 zwischen R_B und R_R bei $T_{Bad} = T_{Rohr}$.

3. Schalten Sie die Heizleistung auf H_R um. Aufgrund der Temperaturerhöhung im Rohr steigt hier der Heliumspiegel. Sobald sich ein Gleichgewicht eingestellt hat, bestimmen Sie abermals die Widerstanddifferenz ΔR_H.

Aus $\Delta R_H - \Delta R_0$ ergibt sich mit Hilfe der Eichkurve die zugehörige Temperaturdifferenz.

3. Die Temperaturregelung

3.1 Bedienelemente der Regelelektronik

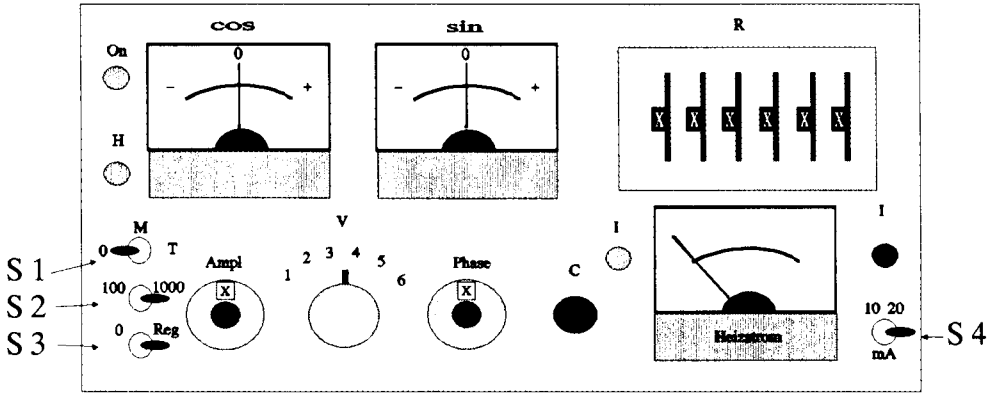


Abb. 6 Frontansicht der Temperaturregelung

Abb. 6 zeigt die Vorderfront der Temperaturregelung. Bei der Regelelektronik handelt es sich im Prinzip wieder um eine komplette zusätzliche Wheatstone-Brücke mit Lock-In-Verstärker, ganz ähnlich wie in Abb. 5. Das Lock-In-Ausgangssignal dient aber ausschließlich zur Ansteuerung eines weiteren Heizwiderstands im Heliumbad. Die umgesetzte Leistung wird dabei so bemessen, daß

$$\text{Regelleistung} + \sum \text{andere Wärmeeinträge ins Bad} + \text{Kühlleistung d. Verdampfen} = 0$$

möglichst gut erfüllt ist. Dadurch läßt sich eine Temperaturstabilität in der Größenordnung von 10^{-6} K erreichen! Die folgende Beschreibung der Bedienelemente schildert detailliert deren Bedeutung und wenn möglich ihre Einstellmöglichkeiten sowie ihren Einfluß auf die Temperaturregelung. Allerdings sollten die Drehknöpfe, deren Name **fett** gedruckt ist während des Praktikums **in keinem Fall** (!!!!) verändert werden ! Ihre Einstellungen sind optimiert und bedürfen keiner Verbesserung !!

LED-Anzeigen :

ON Regelung eingeschaltet

H Heizer zum Heliumverdampfen in Betrieb (Darf niemals während der Durchführung des Experiments aufleuchten !!! Umschalter auf der Geräterückseite .)

I Zeigt eine Übersteuerung des Ausgangsintegrators, d.h. des Lock-In-Tiefpaßfilters an. Tritt regelmäßig auf, wenn die Badtemperatur weit unter der eingestellten Sollwert liegt. Dann heizt die Regelung das Bad mit einem konstanten Strom, dessen Stärke zwischen 0 und 20 mA am Potentiometer mit der Beschriftung I eingestellt werden kann.

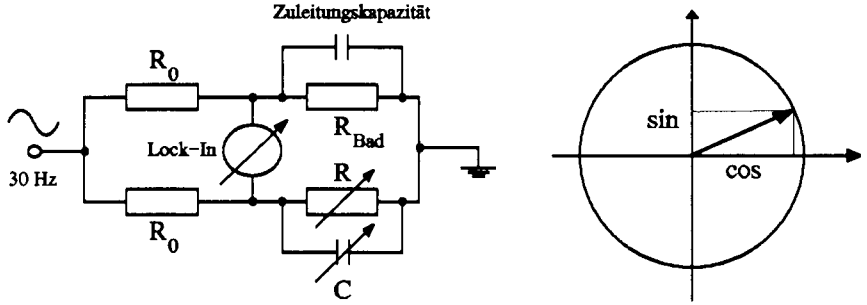
Potentiometer :

Ampl Dient zur Einstellung der Wechselspannungsamplitude mit der die Wheatstone-Brücke betrieben wird.

Phase Einstellung der Phasenlage zwischen Meß- und Referenzsignal. Fest vorgegeben. Ausgleich von Phasendrehungen - siehe Beschreibung von C .

C Parallelkapazität in der Wheatstone-Brücke zur Kompensation der Zuleitungskapazitäten. Damit ist es möglich die Brücke vollständig abzugleichen d.h. auch den Imaginärteil der Brückenspannung zu Null zu machen (Anzeige dieser Meßgröße auf dem *sin* - Instrument).

I Einstellung des maximalen Heizstroms, den die Meßelektronik bei einer Übersteuerung des Integrators zum Aufheizen des Bades liefert. Der eingestellte Wert sollte möglichst nicht verändert werden.



Anzeigeinstrumente :

cos Realteil der Brückenspannung . Bereich < 0 : $T_{Bad} < T_{Soll}$
Bereich > 0 : $T_{Bad} > T_{Soll}$

sin Imaginärteil der Brückenspannung.

Heizstrom Aktueller Strom durch den Heizwiderstand. Sobald die Regelung sinnvoll arbeitet, pendelt diese Anzeige stetig hin und her.

Schalter :

S 1 Einschalten der Meßelektronik : Stellung M (Arbeitsstellung für Prakt.)
Testen der Meßelektronik : Stellung T

S 2 Umschalten der Regelverstärkung zwischen 100 und 1000- fach.
Normalerweise 1000-fach.

S 3 Reg : Heizstrom ein
0 : Heizstrom aus

S 4 Umschalten der Heizstromanzeige von 10 mA Vollausschlag auf 20 mA.

V Vollausschlag der cos und sin Anzeige verändern.
Stellung 1 : maximale Empfindlichkeit
Stellung 6 : minimale Empfindlichkeit

R Widerstandsdekade zur Vorgabe der Regeltemperatur.
Merke : kleinere Widerstandswerte entsprechen höheren Temperaturen !
Und die Werte der Widerstandsdekaden für die Temperaturmessung und die Regelelektronik stimmen **nicht** überein !

3.2 Bedienungsanleitung für die Regelelektronik

(Diese Beschreibung sollten Sie sich erst während des Praktikums genauer ansehen. Es ist keine Vorbereitung notwendig).

Lassen Sie sich die Elektronik vom Betreuer in einen betriebsbereiten Zustand versetzen. Anschließend gehen Sie entsprechend der folgenden Beschreibung vor, um eine stabile Temperaturregelung innerhalb des Heliumbades zu erreichen.

a, Stellen Sie den Wahlschalter V auf die geringste Empfindlichkeit, d.h. Stellung 6 und beachten Sie vorerst nur das 'cos'-Instruments. Hier wird die Abweichung der Badtemperatur von der durch die Widerstandsdekade R vorgegebenen Solltemperatur angezeigt. Verändern Sie den Sollwiderstand solange, bis Sie einen Nulldurchgang beobachten. Dieser Widerstandswert entspricht der momentan im Heliumbad herrschenden Temperatur, die Sie anhand der Dampfdruckanzeige bestimmen können. (Hinweis : Anzeige < 0 : Badtemperatur niedriger als Solltemperatur --> Sie müssen die Solltemperatur vermindern, d.h. einen größeren Widerstandswert einstellen, um sich Null anzunähern .) Jetzt wissen Sie, wie der Zusammenhang zwischen Dekade R und der Badtemperatur gefunden werden kann. Gleichzeitig dürfte Ihnen aufgefallen sein, daß die Regelelektronik jedesmal das Bad heizt, wenn die Ist- unterhalb der Solltemperatur liegt. (Die Übersteuerungs-LED des Lock-In-Tiefpaßfilters leuchtet auf.) Eine geeignete Vorwahl des Dekadenwiderstands R (Heizung an oder aus) und eine entsprechende Veränderung der Kühlleistung durch die Ventile V1 und V2 (siehe Abb. 1) ermöglichen die Grobeinstellung der Arbeitstemperatur (Dampfdruck) für die Versuchsdurchführung.

b, Sobald der gewünschte Dampfdruck erreicht ist, beginnt die Feinabstimmung der Kühlleistung :
Zuerst suchen Sie wieder einen Widerstandswert auf der Dekade R in der Nähe des Nulldurchgangs (V auf Stellung 6). Diesen Wert lassen Sie von jetzt an fest eingestellt und versuchen anschließend die Kühlleistung so zu wählen, daß bei abgeschaltetem Heizstrom die Badtemperatur sinkt während sie im Übersteuerungsfall (I-LED brennt) steigt. Sobald dieser Zustand erreicht ist, braucht die Regelelektronik einige Zeit um das Gleichgewicht einzustellen. Währenddessen ist es immer wieder notwendig die Kühlleistung geringfügig nachzuregeln (sehr vorsichtige Veränderung der Ventilöffnung). Mit der Zeit werden die Abweichungen vom Brückennull immer kleiner werden und Sie können mit Hilfe von V die Anzeigeauflösung erhöhen. Wenn die Regelung zufriedenstellend arbeitet, dürfen in der empfindlichsten Stellung (V auf 1) nur noch geringfügige Abweichungen von Null auftreten. Die Heizstromanzeige muß stetig hin- und herpendeln, ohne den Wert Null oder den Übersteuerungsbereich zu erreichen. Zum Schluß kann noch durch Variation von C der Imaginärteil der Brückenspannung abgeglichen werden.

Die Regelung stabilisiert in diesem Zustand, der für die Entropiemessungen unbedingt erreicht werden muß, die Badtemperatur auf ca. 10^{-6} K genau. (Überzeugen Sie sich davon, indem Sie den Lichteinfall in den Kryostaten verändern und die Heizstromanzeige beobachten.)

4. Zur Ausarbeitung

4.1 Thermometer

Zeichnen Sie die Eichkurve $R_B = f(T^{-1})$ auf einfach logarithmisches Papier und geben Sie die zugehörige Regressionsformel an. Bestimmen Sie die im Exponenten enthaltenen mittlere Aktivierungsenergie.

4.2 Springbrunneneffekt (siehe z.B. Wilks p. 36 - 46)

a, Leiten Sie den folgenden Zusammenhang für S aus der Gibbs-Duhem-Beziehung her

$$S = \frac{\Delta P}{\Delta T} \cdot \frac{1}{\rho} \quad \text{mit} \begin{cases} \Delta P = \text{hydrostatischerDruck} \\ \Delta T = \text{Temperaturdifferenz} \\ \rho = \text{Dichte des Heliums} = 0.145\ \text{g/ccm} \end{cases}$$

und bestimmen Sie damit aus den gemessenen Höhenstands- und Temperaturdifferenzen die Entropie von HeII .

b, Aus der Entropie läßt sich die spezifische Wärme des HeII berechnen.

Zeichnen Sie die Entropie und die spezifische Wärme auf Millimeterpapier.

Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit der spez. Wärme einer 'Debye-Flüssigkeit', bei der die einzigen Anregungen longitudinale Phononen sind :

$$c_{Phon} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{2\pi^2 k_B^4}{15\left(\hbar v_L\right)^3} \cdot T^3 \qquad \text{mit } v_L = 230\ \text{m/s} = \text{Schallgeschwindigkeit}$$

Was läßt sich über die Temperaturabhängigkeit und den Absolutwert von c_{He} sagen ? Wie erklären Sie Ihr Meßergebnis ?

4.3 Filmfluß (Wilks p. 401 - 419)

Für die Berechnung der Filmflußrate kann man ausgehen von

$$\dot{V} = \frac{\rho_s}{\rho} \cdot \pi \cdot D \cdot v_c \cdot d \qquad \text{mit} \begin{cases} \dot{V} = \text{transportiertes Volumen/s} \\ D = \text{Innendurchmesser der Kapillare} = 1.4\ \text{mm} \\ \rho_s = \text{suprafluide Dichte} \\ v_c = \text{kritische Geschwindigkeit} \\ d = \text{Filmdicke} \end{cases}$$

a, Zeichnen Sie den Heliumstand in der Kapillare als Funktion der Zeit für alle drei Temperaturen (1.7 , 1.8 , 1.9 K).

b, Welche Filmdicke ergibt sich bei 1.7 K, wenn man annimmt :

$$\frac{\rho_s}{\rho} = 0.7 \ , \ v_c = 30\ \text{cm/s}$$

c, Hängt die Filmdicke von der Höhe des Films über dem Flüssigkeitsspiegel ab ?

d, Wie ändert sich ρ_s / ρ mit der Temperatur, wenn man annimmt, daß kritische Geschwindigkeit und Filmdicke konstant sind ? Welche suprafluide Dichte erwarten Sie am λ-Punkt ?

e, Wie groß ist bei dem verwendeten Glasdewar der stündliche Verlust an Helium durch Filmfluß ? (T = 1.7 K , Dewardurchmesser = 95 mm)

5. Literaturangaben

Bergmann, Schäfer Band 4 / 2

J. Wilks : An Introduction to Liquid Helium

J. Wilks : The Properties of Liquid an Solid Helium (ausführlicher)

Bergmann Schäfer, Band 4/2

3. Flüssiges Helium

Das Edelgas Helium hat zwei stabile Isotope: ^{3}He und ^{4}He. In der Natur kommt praktisch nur das schwerere Isotop vor. ^{3}He kann aus dem β^--Zerfall von Tritium, dem Wasserstoffisotop ^{3}H, gewonnen werden, das bei der Herstellung schwererer radioaktiver Elemente in größeren Mengen anfällt.

Beide Isotope haben mindestens je zwei flüssige Phasen, eine normalflüssige und eine supraflüssige Phase. Die supraflüssige Phase des ^{3}He ist erst 1972 entdeckt worden, da sie nur unterhalb etwa 3 mK (das sind nur drei Tausendstel Grad vom absoluten Nullpunkt) existiert. Die Erforschung dieser Phase ist noch sehr im Fluß, und es sei nur kurz am Ende dieses Abschnitts darauf eingegangen.

Zunächst sollen vor allem die Eigenschaften des flüssigen ^{4}He beschrieben werden, dann die der flüssigen ^{3}He-^{4}He-Gemische.

3.1 Phasendiagramm

^{4}He verflüssigt sich unter Normaldruck bei 4,2 K. Wird es weiter abgekühlt, so bleibt es unter seinem eigenen Dampfdruck flüssig. Selbst beim absoluten Nullpunkt haben die He-Atome noch genügend Schwingungsenergie, die den schwachen Bindungskräften zwischen den Atomen entgegenwirkt und die Verfestigung verhindern. Die Existenz dieser sogenannten Nullpunktsenergie am absoluten Nullpunkt ist quantenmechanischen Ursprungs. Sie ist eine unmittelbare Folge der Heisenberg'schen Unschärferelation $\Delta p \Delta q = \hbar$: würde ein Teilchen ruhen, so wäre sein Impuls $p = 0$, also auch $\Delta p = 0$; im Widerspruch zur Unschärferelation.

Erst unter einem Druck von mindestens 2,5 MPa (= 25 bar) verfestigt sich ^{4}He (Abb. VI,30).

Ähnliches gilt für das Isotop ^{3}He: Es siedet unter Normaldruck bei 3,2 K und bleibt flüssig bis zum absoluten Nullpunkt, solange nicht ein Verfestigungsdruck von mindestens 2,9 MPa (= 29 bar) angewandt wird. Interessant ist dabei, daß der Mindestverfestigungsdruck nicht bei 0 K sondern bei 0,3 K liegt, d.h. es gibt ein Minimum in der Schmelzkurve. Beim absoluten Nullpunkt ist der Verfestigungsdruck wieder auf 3,4 MPa gestiegen. In dem Temperaturbereich unter 0,3 K muß daher die Flüssigkeit

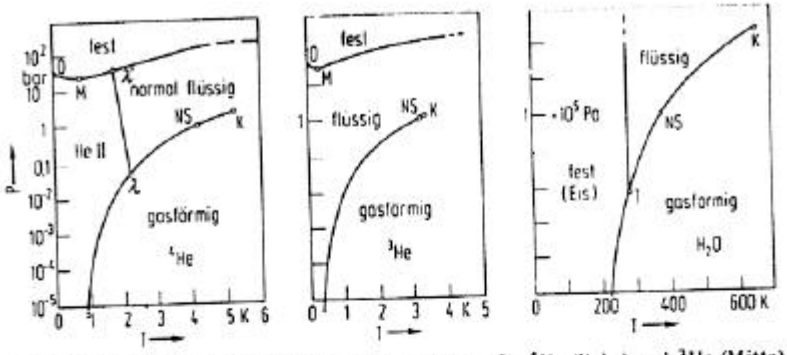


Abb. VI,30. Die Druck-Temperatur (p, T)-Phasendiagramme für ^{4}He (links) und ^{3}He (Mitte) im Vergleich mit einer klassischen Flüssigkeit (H_2O). Die beiden Heliumisotope haben keinen Tripelpunkt (T), aber ein Minimum (M) in der Schmelzkurve. Auch bei 0 K gibt es noch einen Schmelzpunkt (0). Die Normalsiedepunkte (NS) befinden sich in der Nähe der kritischen Punkte (K). ^{4}He zeichnet sich vor allem durch das Auftreten einer supraflüssigen Phase He II aus, die von der normalflüssigen Phase durch die λ-Kurve getrennt ist. ^{3}He besitzt auch eine supraflüssige Phase, aber erst unterhalb 2,5 mK (hier nicht abgebildet). Die festen Phasen haben je nach Temperatur und Druck verschiedenen (nicht abgebildete) Modifikationen.

geordneter sein als das feste ^{3}He. Das läßt sich auch aus der Clausius-Clapeyron'schen Gleichung ableiten. Die Entropie der Flüssigkeit ist also kleiner als die des festen ^{3}He. Diese Eigenschaft kann zum Kühlen ausgenutzt werden: es genügt, die Flüssigkeit bei Temperaturen unter 0,3 K zu komprimieren. Solange die flüssige und die feste Phase koexistieren, entspricht die Gleichgewichtstemperatur des Systems der der Schmelzkurve für den entsprechenden Druck. Bei adiabatischer Kompression sinkt also die Temperatur, bis alles ^{3}He fest geworden ist. Diese Kühlmethode, nach ihrem Erfinder Pomerantchuk-Effekt genannt, wird mit Erfolg im Temperaturbereich 1 bis 30 mK benutzt (siehe auch Abb. VI,45). Wir werden später auf die wichtige Rolle, die ^{3}He in der Kryotechnik bei sehr tiefen Temperaturen spielt, zurückkommen (VI,3.12).

3.2 λ-Punkt

^{4}He zeigt eine andere, äußerst wichtige Eigenschaft, der dieser Abschnitt gewidmet ist: die Supraflüssigkeit. Wie bei der Supraleitung handelt es sich hier um einen makroskopischen Quanteneffekt. Auch die Supraflüssigkeit ist von H. Kamerlingh-Onnes (1913) entdeckt worden.

In einem Reservoir voll flüssigen Heliums gehört zu jedem Dampfdruck eine eindeutige Gleichgewichtstemperatur. Beim Erniedrigen des Dampfdrucks sinkt die Temperatur. Bei 2,17 K, entsprechend 4925 Pa, entsteht eine neue Phase, das He II. Unterhalb dieser Temperatur ändern sich sprunghaft die meisten Eigenschaften des flüssigen ^{4}He (Abb. VI,31). Insbesondere wird die Wärmeleitfähigkeit unendlich groß und die Viskosität unendlich klein. Außerdem ändern sich Dichte, spezifische Wärme, Dielektrizitätskonstante, Schallgeschwindigkeit und das Verhalten unter Rotation.

Der Phasenumwandlungspunkt heißt λ-Punkt. Der Ausdruck kommt von der λ-förmigen Anomalie der spezifischen Wärme bei dieser Temperatur (Abb. VI,32). Der

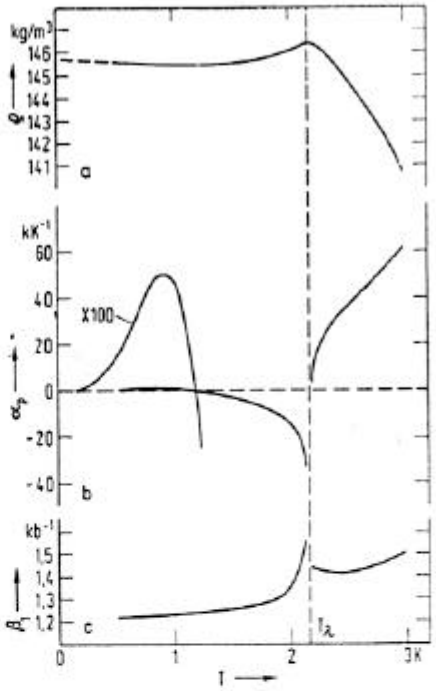


Abb. VI,31. Dichte (a), Wärmeausdehnung (b) und Kompressibilität (c) von flüssigem Helium unter seinem eigenen Dampfdruck in Abhängigkeit von der Temperatur. Die Dichteanomalie führte H. Kamerlingh-Onnes 1913 auf die Phasenänderung beim λ-Punkt.

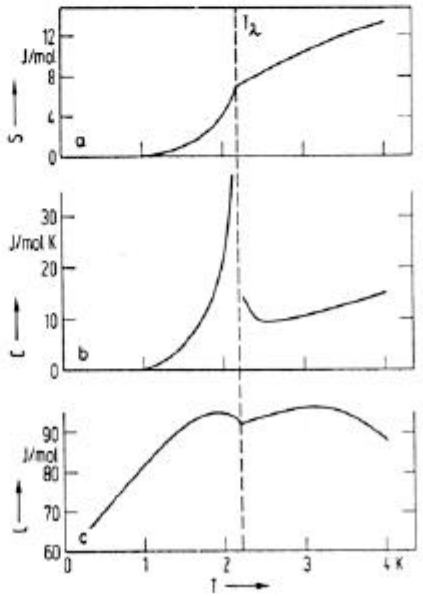


Abb. VI,32. Entropie (a), spezifische Wärme (b) und Verdampfungswärme (c) des flüssigen Heliums unter seinem eigenen Dampfdruck in Abhängigkeit von der Temperatur. Die Form der Anomalie der spezifischen Wärme hat dem λ-Punkt seinen Namen gegeben. Der Phasenübergang verläuft ohne Entropieänderung (Phasenübergang zweiter Art). Die Entropie fällt unterhalb des λ-Punktes stark ab, ein Hinweis auf die Bildung eines Zustands höherer Ordnung (Entropie bedeutet soviel wie Unordnung).

Phasenübergang erfolgt ohne latente Wärme, d.h. am λ-Punkt ist die Entropie in beiden Phasen gleich. Es handelt sich also wie bei der Supraleitung um einen Phasenübergang zweiter Art. Der λ-Punkt ist druckabhängig und der Existenzbereich des He II ist von der λ-Kurve und der Schmelzkurve begrenzt (Abb. VI,30).

3.3 Zwei-Flüssigkeiten-Modell

Am absoluten Nullpunkt ist die Viskosität des He II gleich null. Supraflüssiges Helium kann ungehindert durch feinste Kapillaren und Poren hindurchtreten, es kann ohne Drehimpulsverluste ewig in einem Gefäß rotieren. In der Nähe des λ-Punktes ist das nicht mehr so. Versuche mit Drehscheibenviskosimetern zeigen, daß He II offenbar aus zwei Komponenten besteht: der supraflüssigen Komponente, die auch in der Nähe des λ-Punktes noch durch feinste Kapillaren dringt, und der normalen Komponente, die von den Drehscheiben mitgenommen wird und eine gewisse Gesamtviskosität vortäuscht. Das Drehscheibenexperiment (Andronikashvili 1946) erlaubt es, die Dichte ρ_n des Normalanteils und ihre Temperaturabhängigkeit quantitativ zu erfassen. Dabei ist die Gesamtdichte ρ gleich der Summe von ρ_n und ρ_s (Abb. VI,33):

$$\frac{\rho_n}{\rho} + \frac{\rho_s}{\rho} = 1 \qquad \text{(Zwei-Flüssigkeiten-Modell)}$$

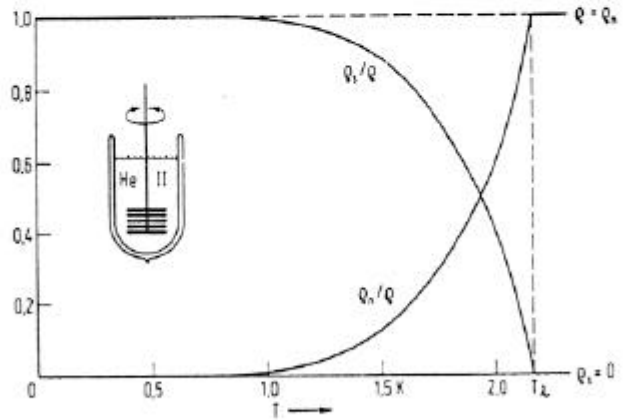


Abb. VI,33. Die Phase He II existiert nur im flüssigen ^{4}He unterhalb der λ-Temperatur T_λ. Sie benimmt sich, als bestünde sie aus zwei einander durchdringenden Komponenten n und s, die sich gegenseitig nicht beeinflussen. Das Dichteverhältnis jeder Komponente zur Gesamtdichte ρ hängt von der Temperatur gemäß der Abbildung ab. Unterhalb 1 K besteht He II praktisch nur noch aus der supraflüssigen Komponente s. Das Dichteverhältnis kann z.B. aus der Dämpfung eines oszillierenden Scheibenpakets (Skizze) abgeleitet werden (Versuch von Andronikashvili).

Zu jeder Temperatur (und entsprechend zu jedem Dampfdruck) gehört ein bestimmtes Verhältnis supraflüssig zu normalflüssig. Durch Ändern dieses Verhältnisses, z.B. durch

Zu- oder Abführen von reinem supraflüssigen Helium durch feinste Poren, können Druck- oder Temperaturgradienten erzielt werden (und umgekehrt).

Ein Beispiel dafür ist der sogenannte Springbrunneneffekt (Allen und Jones 1938) (Abb. VI,34): Zwei Gefäße sind durch ein Superleck (engl. „super leak") mit einander

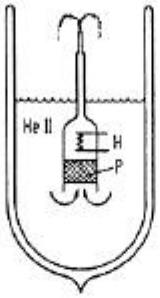


Abb. VI,34. Der Springbrunneneffekt (engl. fountain effect): Dicht gepacktes feinstes Pulver (P) läßt nur die supraflüssige Komponente aus dem He II-Bad in die Ampulle eindringen. Das durch Heizen (H) erzeugte normalflüssige Helium kann nur nach oben entweichen.

verbunden, d.h. es kann nur die supraflüssige Komponente des He II von einem Gefäß in das andere gelangen. Das Heliumniveau ist in beiden Gefäßen gleich, solange die Temperatur gleich ist. Heizt man aber eines der Gefäße, so steigt in ihm mit der Temperatur der Flüssigkeitsspiegel. Ist das Gefäß nach oben hin bis auf eine Düse geschlossen, so bildet sich sogar eine bis zu 30 cm hohe Fontäne. Das kommt daher, daß die Temperaturerhöhung automatisch zu einer Verarmung der supraflüssigen Komponente führt, diese aber ungehindert durch das Superleck nachgeliefert wird, während die überschüssige normale Komponente nicht durch das Superleck entweichen kann.

Der Springbrunneneffekt kann mit dem osmotischen Druck verglichen werden, der entsteht, wenn eine Lösung oder ein Gemisch an eine semipermeable Wand angrenzt.

Die supraflüssige Komponente enthält keine Entropie (man kann sagen, sie hat die Temperatur 0 K) und transportiert deswegen keine Wärme. Ein Gefäß, aus dem supraflüssiges Helium durch ein Superleck ausströmt, erwärmt sich, denn die Entropie bleibt konstant, während die Masse abnimmt.

3.4 Wärmeleitung

Ersetzt man das Superleck in Abb. VI,34 durch ein dickes Rohr, dann bleibt auch beim Heizen des einen das Niveau der beiden Gefäße gleich, aber man kann eine Strömung vom geheizten zum ungeheizten Gefäß feststellen. Eine „meßbare" Strömung kann nur von der normalen, viskosen Komponente herrühren, das ist diejenige, die die Entropie enthält und die Wärme transportiert. Damit die Flüssigkeitsspiegel gleichbleiben, muß gleichzeitig in dem Rohr ein (unmeßbarer) Strom supraflüssigen Heliums in entgegen-

gesetzter Richtung herrschen. Die beiden Komponenten durchdringen sich völlig, ohne miteinander zu interferieren. Der Wärmetransport der Normalkomponente gleicht alle Temperaturgradienten aus. Die thermische Supraleitung ist also keine echte Wärmeleitung, sondern eine Konvektionsströmung (d.h. mit Materietransport verbunden).

Sehr schön sichtbar wird die thermische Supraleitung durch den Effekt, daß beim Unterschreiten des λ-Punktes das flüssige Helium plötzlich zu kochen aufhört. Es bilden sich nicht mehr die für das Kochen charakteristischen Dampfblasen, da jeglicher Temperaturgradient verschwindet und alle Wärme direkt zur Kältequelle (in diesem Falle die Oberfläche, über der gepumpt wird) transportiert wird. Helium verdampft natürlich weiterhin in der Wärmezufuhr entsprechender Menge.

3.5 Zweiter Schall

Neben dem oben beschriebenen Entropiegleichstrom kann durch periodisches Heizen auch ein Entropiewechselstrom erzeugt werden. In diesem Falle strömt lokal die normale Komponente mit der Entropie während der ersten Halbperiode in einer Richtung und der supraflüssigen Komponente entgegen; – während in der nächsten Halbperiode die Strömungen umgekehrt verlaufen. Es entstehen longitudinale Entropiewellen, die schon 1938 von L. Tisza aus dem Zweiflüssigkeitenmodell vorausgesagt, aber erst 1944 von V. P. Peshkov hergestellt wurden. Nach Landau wird der Effekt auch **Zweiter Schall** genannt, da wie beim „ersten" Schall eine longitudinale Welle periodischer Dichteschwankungen (genauer gesagt: Schwankungen des Dichteverhältnisses normal/supraflüssig) entsteht. Die Schallgeschwindigkeit ist temperaturabhängig und etwa zehnmal kleiner als die normale Schallgeschwindigkeit (Abb. VI,35).

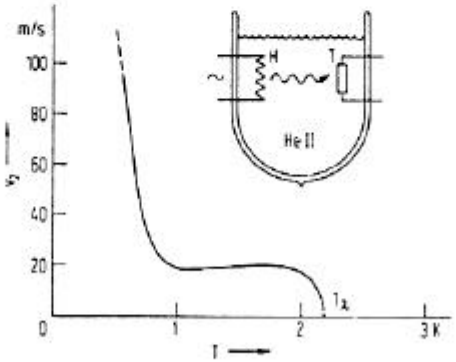


Abb. VI,35. Der Zweite Schall im He II ist die Ausbreitung longitudinaler Temperaturwellen, die durch das Gegeneinanderströmen der supraflüssigen Komponente (ohne Entropie) und der normalflüssigen Komponente entstehen. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit v_2 ist etwa zehnmal kleiner als die normale Schallgeschwindigkeit, und temperaturabhängig. Unterhalb 0,5 K ist der Zweite Schall wegen des Fehlens der normalflüssigen Komponente nicht mehr definiert. Im Einsatz ist der Versuchsaufbau schematisiert: Ein elektrischer Wechselstrom erzeugt in dem Heizkörper (H) eine periodische Temperaturänderung, die sich durch das He II fortpflanzt. Das schnell ansprechende Thermometer (T) registriert die Temperaturschwankungen und erlaubt die Bestimmung der Wellenlänge bzw. der Ausbreitungsgeschwindigkeit.

Unterhalb von 0,5 K kann man nicht mehr von Zweitem Schall sprechen, da die Konzentration der Normalkomponente verschwindend klein wird.

3.6 Heliumfilm

Die Supraflüssigkeit des He II zeigt sich noch in einem anderen Phänomen: dem **Heliumfilm**.

Alle mit He II in Berührung stehenden Körper sind von einem relativ dicken, beweglichen Film aus flüssigem Helium überzogen. Die Dicke hängt von der Höhe über der Flüssigkeitsoberfläche ab und beträgt z.B. in 1 cm Höhe 300 Å ≈ 80 Atomlagen. Sind zwei ungleich hoch mit He II gefüllte Gefäße durch eine genügend kalte Fläche miteinander verbunden, dann transportiert der Heliumfilm solange flüssiges Helium von dem einen Gefäß in das andere, bis die Flüssigkeitsspiegel ausgeglichen sind (Abb. VI,36).

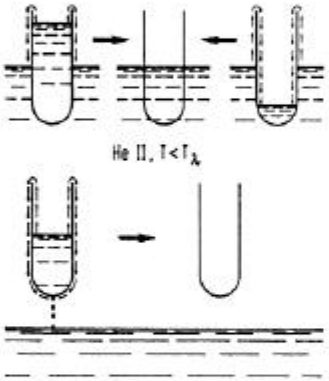


Abb. VI,36. Alle kalten Flächen, die mit He II in Berührung stehen, überziehen sich mit einem dünnen, beweglichen Film aus flüssigem Helium. Der Film gleicht alle Flüssigkeitsniveaus auch entgegen der Schwerkraft aus. Ist der Film im Gleichgewicht mit dem zu seiner Temperatur gehörenden Dampfdruck (sogenannter gesättigter Film), dann hängt seine Dicke d von der Höhe h über der Oberfläche nach folgender empirischer Beziehung ab:

$$d = 3 \cdot 10^{-6} \cdot h^{-1/3} \qquad \text{(in cm)}$$

Der Film ist umso dünner, je mehr über der He II-Oberfläche gepumpt wird (ungesättigter Film).

Die durch den Film von der Flüssigkeitsoberfläche weg transportierbare Heliummenge hängt neben der Temperatur vom Umfang der engsten Stelle oberhalb der Flüssigkeit ab. Bei 1 K transportiert der Film aus einem kreisrunden Topf von 10 cm Durchmesser zum Beispiel etwa 2,5 mm³/s flüssiges Helium. Obwohl der Film sogar Temperaturen über dem λ-Punkt erreichen kann, verschwindet seine Beweglichkeit beim λ-Punkt. Da Helium aus dem Film genau so wie aus der Flüssigkeit verdampft, seine Temperatur und damit sein Dampfdruck beim Aufsteigen aber zunehmen, benötigt man große

Pumpgeschwindigkeiten, um He II durch Abpumpen wesentlich unter den λ-Punkt abzukühlen. Die oben angegebenen 2,5 mm³/s flüssigen Heliums, die mit abgepumpt werden müssen, liefern – dem Dampfdruck bei 1 K entsprechend – 12,5 l/s Heliumgas zusätzlich zu der den normalen Verlusten entsprechenden Gasmenge von 1,7 l/s pro mW Wärmezufuhr.

Durch Anbringen einer kleinen Blende (z.B. $\phi = 1$ mm) oberhalb der Flüssigkeitsoberfläche kann das vom Heliumfilm transportierte Volumen stark verringert werden, denn es ist dem kleinsten Umfang proportional. Damit können auch Temperaturen unter 1 K mit einer kleinen Vakuumpumpe erreicht werden. Wegen der durch das kleine Loch stark verringerten Sauggeschwindigkeit ist die Kälteleistung einer solchen Anordnung allerdings sehr gering.

3.7 Kritische Geschwindigkeit

Analog der kritischen Stromdichte im Supraleiter gibt es im He II eine **kritische Geschwindigkeit** u_c, oberhalb derer die Supraflüssigkeit zerstört wird. Sie hängt von der Filmdicke oder – bei Strömung in engen Kanälen – von der kleinsten Ausdehnung d ab. Experimentell wird folgende Beziehung gefunden: $u_c d^{1/4} \approx 1$. Für den oben beschriebenen Film von 300 Å Dicke beträgt $u_c = 25$ cm/s. Solange diese Geschwindigkeit nicht überschritten wird, kann sich in einer geeigneten Geometrie eine Dauerströmung analog dem Dauerstrom im Supraleiter ausbilden.

Man stelle sich einen rotierenden Ring vor, der dicht mit feinem Pulver gepackt und voll flüssiges Helium ist. Wird der Ring unter den λ-Punkt abgekühlt und angehalten, dann rotiert das supraflüssige Helium relativ zum Beobachter ewig weiter. Der Nachweis dieser Rotation ist nicht einfach, wenn man nicht dabei die Bewegung zerstören will. Um unter der kritischen Geschwindigkeit zu bleiben, müssen extrem kleine Winkelgeschwindigkeiten benutzt werden (etwa eine Umdrehung pro Stunde). Es ist aber durch Ausnutzen des Kreiseleffektes gelungen, eine Dauerströmung 5 Stunden lang ohne meßbare Abnahme des Drehimpulses aufrecht zu erhalten (Abb. VI,37).

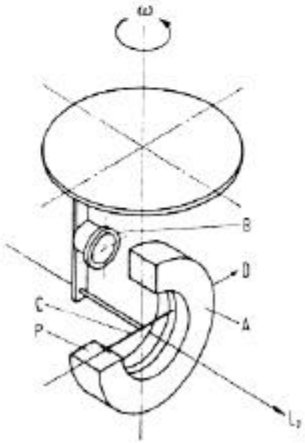


Abb. VI,37. Schema eines Apparates zum Nachweis der supraflüssigen Dauerströmung: Der Drehimpuls L_p des mit feinstem Pulver P und dem strömenden He II gefüllten Ringes A bewirkt bei Rotation ω um die senkrechte Achse eine Ausweichbewegung um die Achse D entsprechend den Kreiselgesetzen. Der Torsionsstab C aus Wolfram stabilisiert den Ring in einem seinem Drehimpuls proportionalen Abstand von dem kapazitiven Detektor B (nach J. D. Reppy, Phys. Rev. Lett. 14, 733 (1965)).

3.8 Anregungsspektrum

Die Existenz einer kritischen Geschwindigkeit kann aus dem Anregungsspektrum des He II abgeleitet werden. In Anlehnung an die Debye'sche Theorie des festen Körpers, dessen elastische und thermische Eigenschaften sich aus dem Phononenspektrum (die Energie der Gitterschwingungen ist Funktion des Impulses) ergeben, hat der russische Physiker L. D. Landau 1941 ein Spektrum der Elementaranregungen im He II vorgeschlagen. Es besteht aus zwei sich überlagernden Zweigen: dem linearen Phononenzweig und dem quadratischen Rotonenzweig (Abb. VI,38).

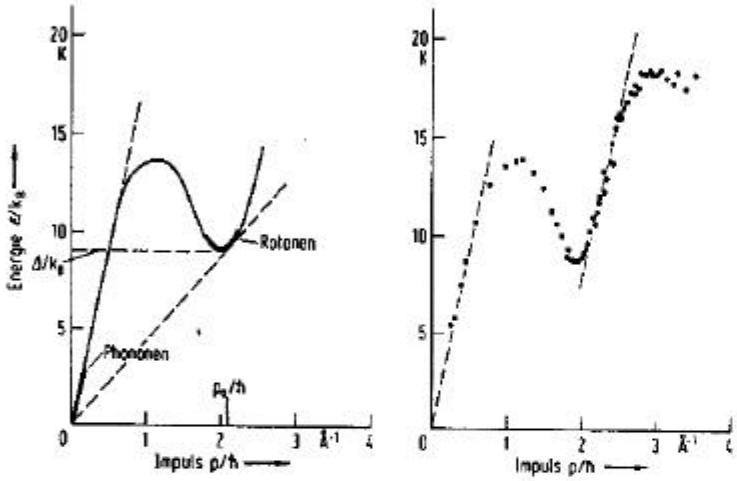


Abb. VI,38. Die Dispersionsrelation des He II: links das Modell von Landau (Ordinate: Energie der Anregungen in K, Abszisse: Impuls in Å^{-1}). Die natürlicherweise am häufigsten vorkommenden Anregungen sind verdickt gezeichnet. Der Rotonenzweig ist vom Grundzustand durch eine Energielücke Δ getrennt. Das Rotonensprektrum hat ein Minimum bei $p_0 = 1/a$ und verläuft in der Umgebung dieses Wertes quadratisch. Rechts: Durch inelastische Neutronenstreuung (Messung von Energie und Ausfallwinkel der gestreuten Neutronen bei konstanter Einfallsenergie) erhält man direkt das Anregungsspektrum in den oben angegebenen Einheiten (nach Henshaw und Woods, Phys. Rev. 121, 1266 (1961)).

Die Phononenenergie steigt zuerst linear mit dem Impuls an:

$$E(p) = c\,p \qquad (c = \text{Schallgeschwindigkeit}).$$

Für Impulswerte um den Wert $p_0 = h/a$ (a = mittlerer Abstand zwischen Heliumatomen) gilt jedoch:

$$E(p) = (p - p_0)^2/2m^* + \Delta \qquad \text{(VI,11)}$$

mit $a = 0{,}53$ Å, $m^* = 0{,}16$ He-Atommassen, $\Delta = 1{,}2 \cdot 10^{-22}$ J.

Anregungen, die Gl. VI,11 befolgen, heißen Rotonen. Sie müssen als eine besondere Art von Phononen angesehen werden, die vom Grundzustand durch eine Energielücke Δ getrennt sind. Sie existieren nur in Flüssigkeiten und hängen mit der Wirbelbildung zusammen.

Das Anregungsspektrum läßt sich sehr gut mit Hilfe der Neutronenspektroskopie ausmessen; die oben angegebenen Parameter der Gl. VI,11 sind auf diese Weise gewonnen worden (Abb. VI,38 rechts).

Bei 0 K werden unterhalb der kritischen Geschwindigkeit keine Phononen oder Rotonen erzeugt. Die Bewegung des flüssigen Heliums erfolgt reibungslos. Die kritische Geschwindigkeit ist dann erreicht, wenn auf der Dispersionskurve (Abb. VI,38) $E(p)/p = \mathrm{d}E/\mathrm{d}p$ ist.

Tabelle 14-15. Dampfdruck von Helium-4 (^{4}He) (nach [14-100]).

T K	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	p in mbar									
0,5	0,00002	0,00003	0,00004	0,00006	0,00008	0,00010	0,00013	0,00018	0,00023	0,00029
0,6	0,00037	0,00048	0,00060	0,00075	0,00093	0,00115	0,00141	0,00172	0,00209	0,00253
0,7	0,00304	0,00364	0,00433	0,00514	0,00607	0,00715	0,00838	0,00978	0,01138	0,01320
0,8	0,01526	0,01758	0,02019	0,02313	0,02641	0,03008	0,03416	0,03870	0,04373	0,04929
0,9	0,05543	0,06220	0,06964	0,07780	0,08674	0,09651	0,10717	0,11878	0,13141	0,14513
1,0	0,16000	0,17609	0,19349	0,21226	0,23250	0,25428	0,27770	0,30284	0,32979	0,35866
1,1	0,38954	0,42254	0,45776	0,49530	0,53530	0,57785	0,62308	0,67110	0,72205	0,77605
1,2	0,83324	0,89374	0,95769	1,02524	1,09653	1,17170	1,25090	1,33429	1,42203	1,51426
1,3	1,61115	1,71287	1,81957	1,93144	2,04864	2,17134	2,29973	2,43398	2,57427	2,72080
1,4	2,87373	3,03328	3,19962	3,37295	3,55347	3,74137	3,93686	4,14013	4,35138	4,57083
1,5	4,79870	5,03516	5,28044	5,53475	5,79831	6,07133	6,35403	6,64662	6,94932	7,26236
1,6	7,58596	7,92032	8,26568	8,62227	8,99030	9,37000	9,76159	10,16530	10,58136	11,00999
1,7	11,45139	11,90583	12,37352	12,85468	13,34953	13,85829	14,38118	14,91842	15,47023	16,03683
1,8	16,61845	17,21525	17,82747	18,45531	19,09897	19,75864	20,43453	21,12682	21,83569	22,56132
1,9	23,30385	24,06352	24,84045	25,63480	26,44671	27,27632	28,12376	28,98915	29,87260	30,77421
2,0	31,69411	32,63230	33,58889	34,56394	35,55747	36,56953	37,60013	38,64926	39,71691	40,80304
2,1	41,90766	43,03060	44,17181	45,33121	46,50866	47,70401	48,91710	50,14774	51,39681	52,66565
2,2	53,95448	55,26377	56,59378	57,94481	59,31716	60,71113	62,12700	63,56505	65,02554	66,50875
2,3	68,01499	69,54438	71,09724	72,67380	74,27429	75,89896	77,54801	79,22167	80,92016	82,64369
2,4	84,39255	86,16679	87,96669	89,79245	91,64427	93,52235	95,42688	97,35805	99,31606	101,30109
2,5	103,31323	105,35288	107,42011	109,51512	111,63809	113,78921	115,96865	118,18660	120,41325	122,67879
2,6	124,97348	127,29733	129,65061	132,03351	134,44621	136,88890	139,36176	141,86497	144,39873	146,96322
2,7	149,55843	152,18499	154,84280	157,53208	160,25303	163,00585	165,79071	168,60780	171,45733	174,33947
2,8	177,25455	180,20252	183,18368	186,19824	189,24638	192,32829	195,44418	198,59423	201,77864	204,99761
2,9	208,25146	211,54013	214,86394	218,22308	221,61776	225,04817	228,51451	232,01696	235,55573	239,13102
3,0	242,74282	246,39172	250,07772	253,80103	257,56183	261,36031	265,19669	269,07113	272,98386	276,93505

14-15 Fortsetzung

T K	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	p in mbar									
3,1	280,92508	284,95380	289,02158	293,12861	297,27505	301,46117	305,68710	309,95304	314,25920	318,60575
3,2	322,99309	327,42104	331,88996	336,40005	340,95150	345,54450	350,17924	354,85589	359,57466	364,33573
3,3	369,13904	373,98529	378,87440	383,80657	388,78197	393,80081	398,86325	403,96949	409,11971	414,31410
3,4	419,55307	424,83636	430,16438	435,53731	440,95533	446,41862	451,92738	457,48178	463,08200	468,72824
3,5	474,42038	480,15920	485,94459	491,77627	497,65579	503,58198	509,55547	515,57643	521,64507	527,76156
3,6	533,92634	540,13911	546,40028	552,71004	559,47611	565,47611	571,93278	578,43878	584,99431	591,59956
3,7	598,25499	604,96025	611,71579	618,52180	625,37848	632,28601	639,24459	646,25440	653,31564	660,42851
3,8	667,59282	674,80954	682,07846	689,39980	696,77375	704,20050	711,68026	719,21321	726,79957	734,43955
3,9	742,13366	749,88148	757,68352	765,54000	773,45111	781,41707	789,43808	797,51435	805,64610	813,83354
4,0	822,07724	830,37672	838,73254	847,14492	855,61407	864,14022	872,72359	881,36437	890,06283	898,81918
4,1	907,63317	916,50599	925,43737	934,42756	943,47679	952,58529	961,75329	970,98101	980,26871	989,61663
4,2	999,02540	1008,49448	1018,02450	1027,61571	1037,26834	1046,98265	1056,75889	1066,59728	1076,49809	1086,46159
4,3	1096,48747	1106,57709	1116,73015	1126,94690	1137,22762	1147,57255	1157,98195	1168,45609	1178,99523	1189,59964
4,4	1200,27004	1211,00582	1221,80766	1232,67585	1243,61066	1254,61236	1265,68122	1276,81750	1288,02150	1299,29349
4,5	1310,63423	1322,04306	1333,52072	1345,06749	1356,68366	1368,36951	1380,125,32	1391,95135	1403,84794	1415,81534
4,6	1427,85321	1439,96314	1452,14476	1464,39836	1476,72424	1489,12268	1501,59399	1514,13842	1526,75631	1539,44795
4,7	1552,21416	1565,05419	1577,96885	1590,95844	1604,02326	1617,16361	1630,37978	1643,67205	1657,04076	1670,48619
4,8	1648,00821	1697,60901	1711,28643	1725,04177	1738,87534	1752,78744	1766,77836	1780,84838	1794,99784	1809,22703
4,9	1823,53548	1837,92504	1852,39522	1866,94633	1881,57868	1896,29254	1911,08823	1925,96601	1940,92623	1955,96916
5,0	1971,09573	1986,30500	2001,59787	2016,97464	2932,43560	2047,98103	2063,61124	2079,32649	2095,12710	2111,01334
5,1	2126,98466	2143,04306	2159,18796	2175,41964	2191,73839	2208,14447	2224,63818	2241,21976	2257,88953	2274,64774
5,2	2291,49539	2308,43134	2325,45655	–	–	–	–	–	–	–