

Pohlsches Rad und Chaos (POR)

Themengebiet: Mechanik

1 Literatur

- W. Demtröder, *Experimentalphysik 1 - Mechanik und Wärme*, Springer, Berlin
- D. Meschede, *Gerthsen Physik*, Springer, Berlin
- L. Bergmann, C. Schäfer, *Lehrbuch der Experimentalphysik, Bd. 1, Mechanik, Akustik, Wärme*, de Gruyter
- K.-H. Becker, M. Dörfler, *Dynamische Systeme*, Vieweg

2 Grundlagen

2.1 Drehpendel

Das hier verwendete Drehpendel (auch Pohlsches Rad genannt) besteht aus einer kreisförmigen Kupferscheibe mit homogener Massenverteilung. Die Kupferscheibe ist um eine Achse durch den Schwerpunkt drehbar gelagert. Die Ruhelage wird durch eine Spiralfeder vorgegeben. Die Auslenkung des Pendels kann über eine kreisförmige Grad-Skala abgelesen werden. Das Pendel wird über eine Wirbelstrombremse gedämpft. Durch Variation des Stromes durch einen Elektromagneten können verschiedene Dämpfungsparameter eingestellt werden. Es ist möglich, das Drehpendel durch einen drehzahlgeregelten Schrittmotor, einen Exzenter und eine Getriebebestange anzutreiben.

Durch eine berührungsfreie Messung kann die Bewegung des Drehpendels ausgelesen werden. Hierbei wird die an der Kupferscheibe angebrachte Strichblende durch zwei gegeneinander verschobene Infrarotlichtschranken abgetastet. Es werden zwei phasenverschobene Pulsfolgen erzeugt, die in einem festprogrammierten Chip gezählt werden. Aus den beiden Signalen können die Drehrichtung, die Auslenkung und die Winkelgeschwindigkeit des Pendels ermittelt werden. Die so gewonnenen Werte werden als proportionale Spannungen ausgegeben und können über einen Analog-Digital-Wandler in den Computer eingelesen und weiterverarbeitet werden.

2.2 Lineare Systeme

2.2.1 ohne externen Antrieb

Im einfachsten Fall, d.h. ohne Antrieb, lässt sich das System wie folgt beschreiben: Wird das Pendel um einen Winkel φ ausgelenkt und dann losgelassen, führt es eine gedämpfte Drehschwingung um die Ruhelage φ_0 aus. Diese Schwingung nennt man *gedämpfte Eigenschwingung* des Systems. Die Bewegungsgleichung des Systems kann aus dem Drehmomentengleichgewicht

$$D_T = D_F + D_D \quad (1)$$

mit

- $D_T = \Theta \ddot{\varphi}$ Trägheitsdrehmoment, Θ : Trägheitsmoment
- $D_F = -k\varphi$ rücktreibendes Moment der Feder, k : Winkelrichtgröße
- $D_D = -\gamma\dot{\varphi}$ Dämpfungsmoment, γ : Dämpfungskoeffizient

abgeleitet werden. Durch Einsetzen erhält man die Differentialgleichung für die gedämpfte Eigenschwingung des Pendels

$$\Theta \ddot{\varphi} + \gamma \dot{\varphi} + k\varphi = 0 \quad (2)$$

Dies ist eine *homogene, lineare Differentialgleichung zweiter Ordnung*. Mit dem Ansatz

$$\varphi(t) = \varphi_0 \cdot \exp(\alpha t)$$

in Gl. (2) kommt man zur sogenannten charakteristischen Gleichung zur Bestimmung von α

$$\Theta \alpha^2 + \gamma \alpha + k = 0$$

Führt man die Dämpfungskonstante λ mit $\lambda = \frac{\gamma}{2}\Theta$ ein, so erhält man die Lösungen

$$\alpha_{1,2} = -\lambda \pm \sqrt{\lambda^2 - \frac{k}{\Theta}} \quad (3)$$

Es lassen sich nun drei Lösungstypen unterscheiden:

$\lambda^2 > \frac{k}{\Theta}$: Kriechfall (starke Dämpfung)

$\lambda^2 = \frac{k}{\Theta}$: aperiodischer Grenzfall

$\lambda^2 < \frac{k}{\Theta}$: Schwingungsfall (schwache Dämpfung)

Bei dem vorliegenden Drehpendel kann nur der Schwingungsfall realisiert werden. Die Lösung für diesen Fall lautet

$$\varphi(t) = \varphi_0 \underbrace{\exp(-\lambda t)}_{\text{Dämpfung}} \underbrace{\exp[i(\omega_d t + \beta)]}_{\text{Schwingung}} \quad (4)$$

Das Ergebnis der Messung entspricht dem Realteil dieses Ausdrucks. Man kann also schreiben

$$\varphi(t) = \varphi_0 \exp(-\lambda t) \cos(\omega_d t + \beta) \quad (5)$$

mit $\omega_d = \sqrt{\frac{k}{\Theta} - \lambda^2}$ als Kreisfrequenz und β als Phasenverschiebung. Die Eigenfrequenz des *ungedämpften* Pendels ist $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{\Theta}}$.

Die Lösung ist also eine exponentiell abklingende Schwingung (vgl. Abb. 1) die durch die Abklingzeit $\tau = \frac{1}{\lambda}$ und die Eigenfrequenz $f = \frac{\omega_d}{2\pi}$ charakterisiert wird. Besonders hervorzuheben ist, dass die Eigenfrequenz *nicht* von der Schwingungsamplitude abhängt. Dies ist eine wichtige Besonderheit *harmonischer Oszillatoren*, die stets durch lineare Bewegungsgleichungen beschrieben werden.

Eine aussagekräftige Darstellung des Schwingverhaltens ist im Phasenraum möglich.¹ Für ein punktförmiges Teilchen im dreidimensionalen Ortsraum ist der Phasenraum als Menge aller Sechsertupeln aus den drei Orts- und Impulskoordinaten definiert. Es handelt sich also um einen sechsdimensionalen Raum. Beim Pohlschen Rad sind sowohl die Orts- als auch die Impulskoordinate eindimensionale Größen. Der Phasenraum reduziert sich im vorliegenden Fall also auf zwei Dimensionen.

Man trägt in einer zweidimensionalen Darstellung die Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}(t)$ gegen den Auslenkwinkel des Pendels $\varphi(t)$ auf. Für den Fall des schwach gedämpften harmonischen Oszillators erhält man z.B. eine sich auf den Nullpunkt des Koordinatensystems zubewegende Spirale.

¹Der Vorteil der Phasenraumdarstellung zeigt sich besonders im Fall der nichtlinearen Schwingung (s. Abschnitt 2.3).

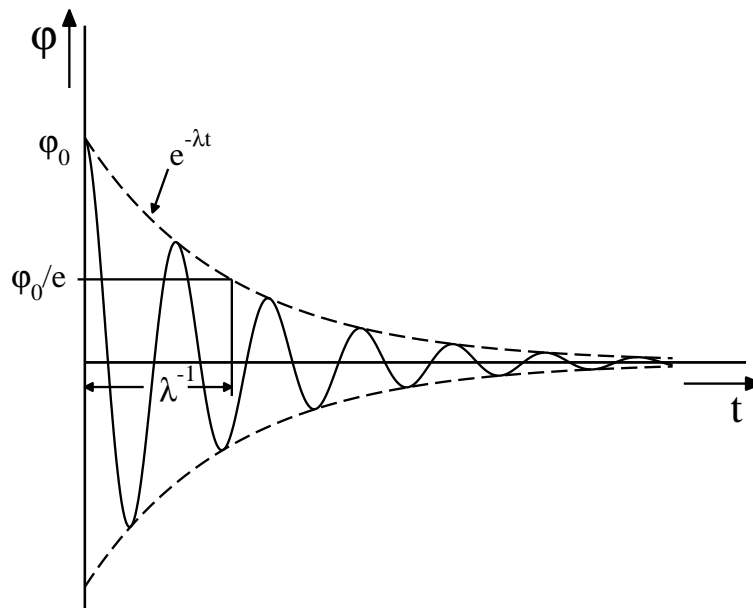


Abbildung 1: Ausschwingverhalten für schwache Dämpfung

2.2.2 mit externem Antrieb

Wird über den Antrieb zusätzlich ein äußeres periodisches Drehmoment $M_0 \sin(\omega t)$ auf das Pendel gegeben, erhält man eine *erzwungene Schwingung*. Nach einer Einschwingzeit ist die Frequenz des Pendels mit der Frequenz ω des Antriebs identisch. Die Bewegungsgleichung des ungestörten Systems (Gl. 2) ändert sich nun zu

$$\Theta \ddot{\varphi} + \gamma \dot{\varphi} + k\varphi = M_0 \sin(\omega t) \quad (6)$$

Dies ist eine *inhomogene, lineare Differentialgleichung zweiter Ordnung*. Die allgemeine Lösung der Differentialgleichung (6) setzt sich zusammen aus der Lösung der *homogenen DGL* (2) und einer partikulären Lösung der *inhomogenen DGL* (6). Eine *partikuläre Lösung* erhält man mit dem Ansatz

$$\varphi_p(t) = A(\omega) \cdot \sin(\omega t - \Phi)$$

Durch Einsetzen in Gl. (6) ergibt sich für die Amplitude

$$A(\omega) = \frac{M_0}{\sqrt{\Theta^2 \cdot (\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \cdot \omega^2}} = \frac{\frac{M_0}{\Theta}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\lambda^2 \cdot \omega^2}} \quad (7)$$

wobei ω die Antriebsfrequenz und $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{\Theta}}$ die Eigenfrequenz des nicht angetriebenen, ungedämpften Systems bedeutet. Für die Phasendifferenz Φ gilt

$$\tan(\Phi(\omega)) = \frac{\omega \cdot \gamma}{\Theta \cdot (\omega_0^2 - \omega^2)} = \frac{2\omega \cdot \lambda}{(\omega_0^2 - \omega^2)}$$

Die allgemeine Lösung der Differentialgleichung (6) erhält man nun, indem man zu dieser Lösung die Lösung der DGL (2) addiert

$$\varphi(t) = A(\omega) \cdot \sin(\omega t - \Phi) + C \cdot \exp(-\lambda t) \cdot \cos(\omega_d t - \beta) \quad (8)$$

Die Schwingungen des ungestörten und des angetriebenen Systems überlagern einander.

Nach einer Einschwingzeit verschwindet in Gl. (8) der Term mit der Eigenfrequenz ω_d aufgrund der exponentiellen Dämpfung. Das Pendel schwingt nun nur noch mit der Frequenz ω des Antriebs, jedoch mit einer Phasenverschiebung Φ gegenüber der Erregerschwingung.

Durch den Antrieb wird der Phasenraum des Systems dreidimensional: Die dritte Koordinate neben der Auslenkung φ und der Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}$ ist die momentane Stellung des Antriebs ωt . Die im Experiment aufgezeichnete Darstellung des Phasenraums ist eine Projektion auf die $\varphi - \dot{\varphi}$ -Ebene. In dieser Phasenraumdarstellung erhält man im Fall des angetriebenen linearen Pendels eine Ellipse, die sich nach der Einschwingzeit nicht verändert.

Die Amplitude der erzwungenen Schwingung erreicht bei der *Resonanzfrequenz*

$$\omega_R = \sqrt{\frac{k}{\Theta} - 2\lambda^2}$$

einen Maximalwert von

$$A(\omega_R) = \frac{M_0}{2\Theta \cdot \lambda \cdot \omega_d}$$

Für schwache Dämpfungen (und nur dafür) gilt

$$\omega_R \approx \omega_0 \approx \sqrt{\frac{k}{\Theta}}$$

Die anderen Grenzwerte von Gl. (6) sind

$$A(0) = \frac{M_0}{\Theta} \quad \text{und} \quad A(\infty) = 0$$

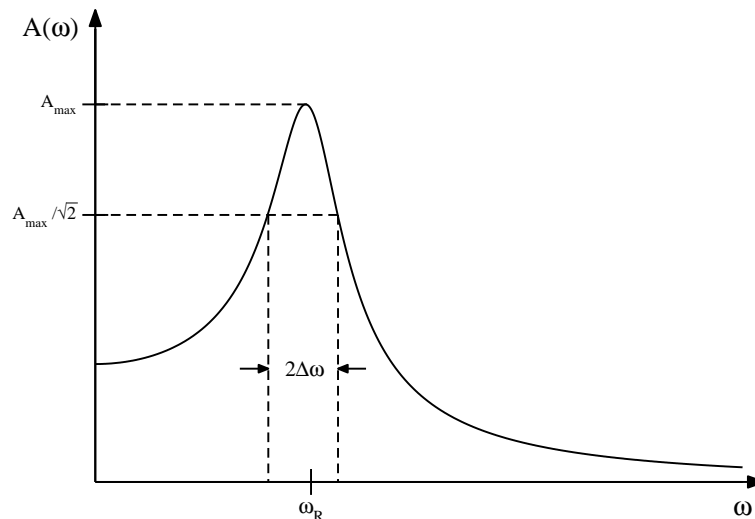


Abbildung 2: Resonanzkurve des Drehpendels

Trägt man $A(\omega)$ gegen ω auf, so erhält man die *Resonanzkurve* (s. Abb. 2). Man sieht, dass die Kurve bezüglich der Resonanzfrequenz *nicht* symmetrisch ist. Sie weist eine endliche Halbwertsbreite² $2 \cdot \Delta\omega$ um die Resonanz-

²Man betrachtet meist die energetische Halbwertsbreite und demnach die $\frac{1}{\sqrt{2}}$ -Breite der Amplitude. In der hier verwendeten Nomenklatur ist die halbe Breite (HWHM) gemeint. Einige Lehrbücher verwenden eine andere Nomenklatur.

frequenz ω_R auf. Zwischen der Halbwertsbreite $\Delta\omega$ der Resonanzkurve und der Dämpfungskonstanten λ gilt für schwache Dämpfung nun die sehr wichtige Beziehung³

$$\Delta\omega = \lambda \quad \text{bzw.} \quad \tau \cdot \Delta\omega = 1 \quad (9)$$

Dies ist die Unschärfe zwischen der Frequenz und der Lebensdauer eines gedämpften, linearen Oszillators. Große Dämpfungen haben eine kurze Lebensdauer der Schwingung zur Folge und resultieren demnach in breiten Resonanzkurven. Sehr schmale Resonanzkurven entsprechen Systemen mit einer großen Lebensdauer der Schwingung, die Dämpfung ist dann schwach.

Die Dämpfung dissipiert die vom Antrieb in das System gesteckte Energie. Je kleiner die Dämpfung des getriebenen Oszillators ist, umso größer wird im Resonanzfall seine Schwingungsamplitude. Für verschwindende Dämpfung führt dies zur sog. *Resonanzkatastrophe*.

2.3 Nichtlineare Systeme

An der Kupferscheibe des Pohlschen Rades kann eine Zusatzmasse angebracht werden. Hierdurch wird die Massenverteilung inhomogen. Durch das von der Zusatzmasse hervorgerufene zusätzliche Drehmoment verliert das System seinen linearen Charakter. Wesentlich ist jetzt, dass das Superpositionsprinzip *nicht* mehr gilt. Die Schwingungsparameter, wie z.B. die Frequenz werden amplitudenabhängig. Diese *Amplituden-Frequenzkopplung* ist eine charakteristische Eigenschaft nichtlinearer Systeme.

2.3.1 ohne Antrieb

Durch das Anbringen der zusätzlichen Masse ändert sich Gl. (1) in

$$D_T = D_F + D_D + D_G \quad (10)$$

mit

$$D_G = m \cdot g \cdot R \cdot \sin(\varphi)$$

wobei m die Zusatzmasse, g die Erdbeschleunigung und R der Radius der Kupferscheibe ist. Die Bewegungsgleichung (2) ändert sich dann in

$$\Theta \ddot{\varphi} + \gamma \dot{\varphi} + k\varphi - m \cdot g \cdot R \cdot \sin(\varphi) = 0 \quad (11)$$

Die Ruhelage des Pendels ändert sich ebenfalls und kann aus der Stationaritätsbedingung $\dot{\varphi} = \ddot{\varphi} = 0$ bestimmt werden. Durch den Sinus des Auslenkwinkels ist Gl. (11) nun nichtlinear in φ . Es handelt sich um eine *nicht-lineare, homogene Differentialgleichung zweiter Ordnung*. Gleichungen dieser Art sind nun mathematisch i.A. nicht mehr geschlossen zu lösen, so dass nur Näherungslösungen bekannt sind. Im Gegensatz zum linearen System kann das nichtlineare System mit mehreren Frequenzen gleichzeitig schwingen. Die auftretenden Frequenzen hängen von der Auslenkung des Pendels ab.

2.3.2 mit periodischem Antrieb

Wird das System nun wieder von Außen mit einem periodischen Drehmoment angeregt, ändert sich Gl. (11) in

$$\Theta \ddot{\varphi} + \gamma \dot{\varphi} + k\varphi - m \cdot g \cdot R \cdot \sin(\varphi) = M_0 \cdot \sin(\omega t) \quad (12)$$

Man kann dieses System nun in Abhängigkeit der in Gl. (12) einfließenden Parameter untersuchen. Im vorliegenden Experiment können die Amplitude des äußeren Drehmoments M_0 , die Kreisfrequenz des Antriebs

³Diese Beziehung erhält man mit einigen vereinfachenden Annahmen. Gl. (9) soll hier nicht hergeleitet werden.

ω , die Masse des Zusatzgewichts m und die Dämpfung des Pendels γ leicht variiert werden. Im Folgenden soll γ über den Strom durch den Magneten der Wirbelstrombremse systematisch variiert werden. Alle weiteren Parameter werden konstant gehalten.

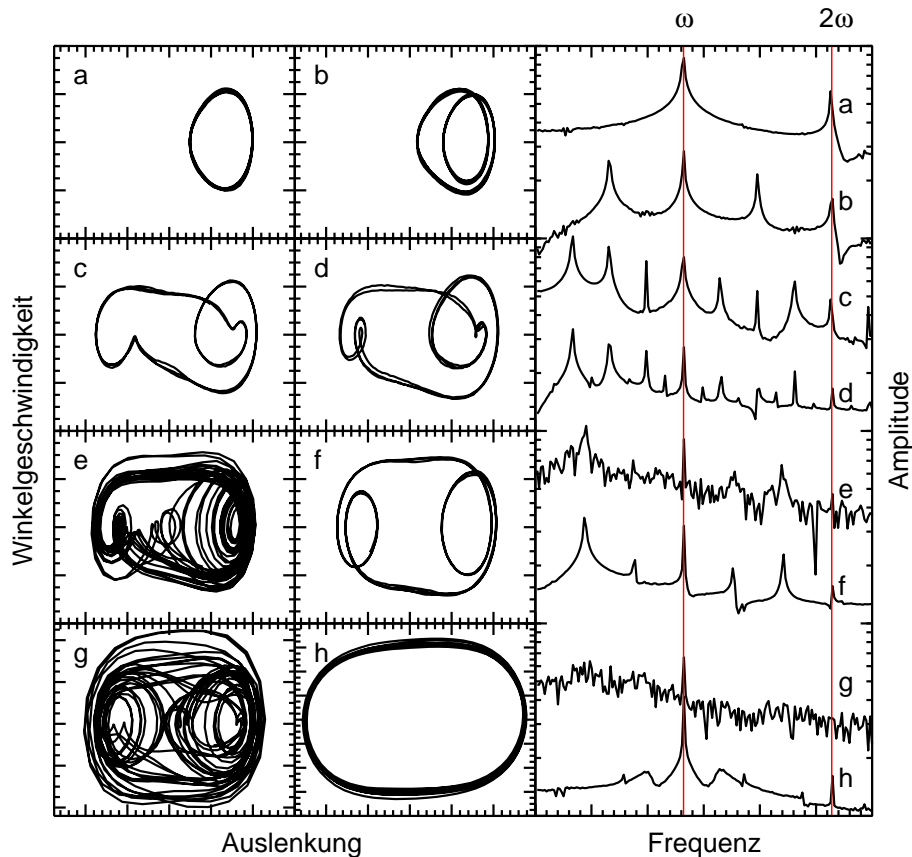


Abbildung 3: In der linken Hälfte sind jeweils die Projektionen des dreidimensionalen Phasenraums auf die $\varphi - \dot{\varphi}$ -Ebene für verschiedene Dämpfungsströme dargestellt. φ und $\dot{\varphi}$ sind linear aufgetragen. Der Dämpfungsstrom sinkt von Graph a bis h linear. In der rechten Hälfte sind die zugehörigen Amplitudenspektren dargestellt, wie man sie durch eine Fouriertransformation von φ erhält. Die Frequenz ist linear, die Amplitude logarithmisch aufgetragen. Die beiden roten Linien geben die Frequenzposition ω des Antriebs und deren zweiter Harmonischer 2ω an.

Wie im Fall des angetriebenen linearen Pendels ist der Phasenraum wieder dreidimensional mit den Koordinaten φ , $\dot{\varphi}$ und ωt . In der linken Hälfte von Abb. 3 sind jeweils die Projektionen dieses dreidimensionalen Raums auf die $\varphi - \dot{\varphi}$ -Ebene für verschiedene Dämpfungsströme dargestellt⁴. Das Verhalten des nichtlinearen Pendels, wie es in Abb. 3 ersichtlich ist, soll hier nur qualitativ dargestellt werden. Die Punkte der folgenden Aufzählung beziehen sich auf die Indizierung der Messkurven in Abb. 3.

a: Sehr starke Dämpfung. Das System schwingt im Wesentlichen mit der Anregungsfrequenz ω . Setzt man $\varphi(t) = A \sin(\omega t) + X(t)$ an, so ergeben sich durch den nichtlinearen Term $m \cdot g \cdot R \cdot \sin(\varphi(t))$ der Bewegungsgleichung Terme, die höhere Harmonische der Anregungsfrequenz enthalten. Das heißt, das

⁴Diese Kurven wurden an einem der Praktikumsplätze aufgenommen. Das Fehlen von Zahlenwerten auf den Achsen und für den Dämpfungsstrom ist hier beabsichtigt, um den Studenten die Möglichkeit zu geben, die entsprechenden Werte in ihrem Experiment selbst zu finden.

System enthält auch Schwingungsmoden bei 2ω , 3ω usw. Die Schwingungsmode bei 2ω ist in Abb. 3 gut zu erkennen. Diese höheren Harmonischen treten in allen Messungen auf.

- b-d:** Wird die Dämpfung verringert, treten zwischen den Frequenzen 0 und ω bzw. zwischen ω und 2ω weitere Frequenzen auf. Im Phasenraumdiagramm sind Überschneidungen erkennbar. In Graph *b* werden die Frequenzintervalle zweigeteilt. Wird die Dämpfung weiter verringert, so sieht man in Graph *c* eine Viertelung der Frequenzintervalle und in Graph *d* eine Achtelung. Zwischen den Graphen *a* und *d* nimmt die Anzahl der auftretenden Moden stets um einen Faktor 2 zu. Dieses Verhalten, bei dem das System sukzessiv sog. *Bifurkationen* (Verzweigungen) durchläuft, heißt *Feigenbaumszenario*. Bei den auftretenden Moden handelt es sich um Mischungen von Harmonischen der Anregungsfrequenz. Diese Frequenzmischung ist durch den nichtlinearen Term in der Bewegungsgleichung möglich. Die Variation der Dämpfung, die nötig ist um von einer Bifurkation zur nächsten zu gelangen wird mit zunehmender Modenanzahl kleiner. Die Verdoppelung der Modenanzahl, d.h. das Auftreten von Bifurkationen ist bis zu einer Minimaldämpfung zu beobachten. Die Messungen *e* – *h* wurden jenseits dieser Minimaldämpfung aufgenommen.
- e,g:** Im Phasenraumdiagramm ist keine geschlossene Linie zu erkennen, das Frequenzspektrum zeigt kaum scharf definierte Moden. Zwei zu Anfang sehr dicht benachbarte Bahnen im Phasenraum können nach endlicher Zeit an völlig verschiedenen Endpunkten sein. Dieses Verhalten ist typisch für sogenannte *chaotische Systeme*. Diese Systeme sind wegen der Eindeutigkeit der Bewegungsgleichung zwar noch deterministisch (d.h. zwei identische Anfangsbedingungen besitzen dieselbe Lösung), aber sie verhalten sich auf endlichen Zeiträumen nicht mehr vorhersehbar.
- f,h:** Im Phasenraumdiagramm zeigen sich geschlossene Kurven, die Frequenzspektren zeigen wieder scharf definierte Moden. Allerdings ist im Unterschied zu den Graphen *a* – *d* keine Teilung der Frequenzbereiche in 2^n Abschnitte zu erkennen. Das Amplitudenspektrum von Messung *h* ist um ω herum nahezu symmetrisch. Dies ist auf eine Mischung der Anregungsfrequenz ω mit den Eigenmoden des ungestörten, nichtlinearen Systems zurückzuführen.

3 Versuchsaufbau

Der Versuchsaufbau ist in der Abb 4 zu sehen. Achten Sie beim Einschalten darauf, dass der Zeiger **C** auf der Nullposition steht. Es wird sonst ein Offset erzeugt. Ebenso muss der Exzenter **F** an der Markierung ausgerichtet sein. Die Wirbelstrombremse **E** reguliert die Dämpfung. Der Antrieb **G** reguliert die Anregungsfrequenz. Feineinstellungen können mit dem Schaltkästchen **H** durchgeführt werden. Wird das Kästchen angeschlossen muss am Display der Schalter *ext* aktiviert werden.

4 Vorüberlegungen

- Diskutieren Sie eventuelle Nichtlinearitäten, die in die Bewegungsgleichungen eingehen können.
- Kennen Sie weitere lineare Systeme aus der Natur? Findet man in der Natur eher lineare oder nichtlineare Systeme?
- Was sind die Hauptmerkmale der beiden Systemarten?

5 Durchführung

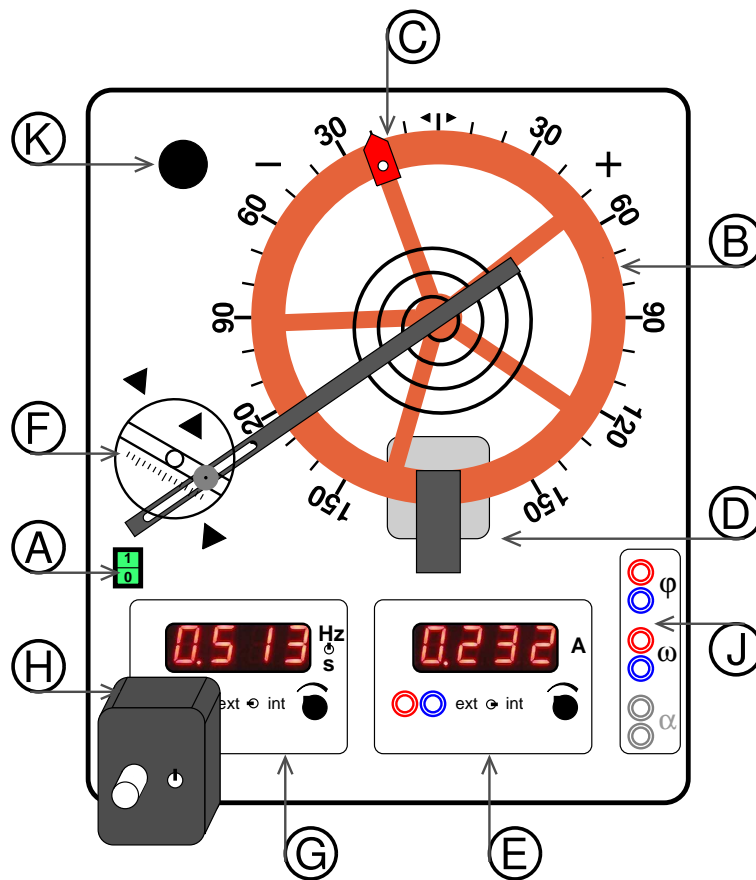


Abbildung 4: A: Einschalter, B: Schwingscheibe, C: Zeiger mit Halterung für Zusatzgewichte, D: Elektromagnet für Wirbelstrombremse, E: Wirbelstrombremse, F: Exzenter, G: Antrieb, H: externe Feinsteuereinheit, J: Anschlüsse, K: Zusatzgewicht

Aufgabe 1: Eigenfrequenz

Wählen Sie den Dämpfungsstrom der Wirbelstrombremse im Bereich $0,2 - 0,4$ A. Der Dämpfungsstrom bleibt für die folgenden Messungen konstant!

Lenken Sie das Pendel aus und messen Sie mit Hilfe einer Stoppuhr die Zeit über 10 Schwingungen. Wiederholen Sie diesen Vorgang etwa fünf mal. Notieren Sie systematische und statistische Fehler, die während dieser Messung auftreten können!

Aufgabe 2: Dämpfungskonstante

Lenken Sie nun das Pendel aus und notieren Sie nach jeder Schwingung die Amplitude. Wählen Sie ihre Unsicherheiten. In der Gruppe kann diese Aufgabe bereits während der Zeitmessung erfüllt werden.

Aufgabe 3: Eigenfrequenz- und Dämpfungskonstantenbestimmung mit dem PC

Verbinden Sie den Versuchsaufbau mit dem Computer und starten Sie das Analyseprogramm (**porstream**). Lenken Sie das Pendel aus. Das Programm wird Ihnen die Schwingungsamplitude gegen die Zeit auftragen. Justieren Sie einen möglichen Offset des Programms und starten Sie die Messung. Speichern Sie Ihre Daten (USB-Stick, e-mail).

Besonders motivierte Physiker können alle 3 Aufgaben gleichzeitig erfüllen.

Aufgabe 4: Resonanzkurve

Treiben Sie das Pendel mit dem Motor an. Hierzu verbinden Sie die Getriebestänge mit dem Pendel und dem Exzenter **F**.

Nach dem Einschwingprozess lesen Sie mit dem Auge Die Maximalamplitude ab. Notieren Sie Amplitude und zugehörige Frequenz. Analysieren Sie bereits im Praktikum die Resonanzfrequenz und lassen Sie diese von Ihrem Betreuer bestätigen! Wählen Sie sinnvolle Schrittweiten für die Frequenzjustierung am Schaltkästen **H**. Wählen Sie kleinere Schrittweiten in der Nähe der Resonanzfrequenz.

Aufgabe 5:

Nehmen Sie für drei verschiedene Antriebsfrequenzen, mit gut sichtbarer Amplitude, das Schwingverhalten am Computer auf. Kalibrieren Sie die Anzeige mit Hilfe der Maximalamplitude und der eingestellten Schwingungsfrequenz so, dass Sie die Winkel und Winkelgeschwindigkeiten im Phasenraum zuordnen können.

Aufgabe 6: Nichtlineares Ausschwingverhalten

Montieren Sie das Zusatzgewicht auf der Kupferscheibe. Messen Sie mit Hilfe des Computers das Ausschwingverhalten und vergleichen Sie es mit dem Ausschwingverhalten ohne Gewicht. Nehmen Sie auch das Phasenraumdiagramm auf.

Aufgabe 7: Nichtlineares, periodisch angetriebenes Pendel

Wählen Sie eine Anregungsfrequenz von $0,25 - 0,30$ Hz. Steuern Sie nun den Dämpfungsstrom über das Steuerkästchen **H**. Beginnen Sie die Messung mit einem hohen Dämpfungsstrom (ca. $0,7$ A. Reduzieren Sie langsam den Dämpfungsstrom und beobachten Sie das Schwingverhalten des Pendels. Suchen Sie die erste und zweite Bifurkation und ein chaotisches Verhalten. Nehmen Sie diese interessanten Schwingungsverhalten als Phasenraumdiagramm auf und diskutieren Sie Ihre Kurven!

6 Auswertung

Aufgabe 8: Eigenfrequenz

Bestimmen Sie aus Ihren Zeitmessungen die Eigenfrequenz des Pendels mit Unsicherheiten. Bestimmen Sie separat die Eigenfrequenz aus Ihren Computerdaten. Vergleichen Sie Ihre Ergebnisse samt Fehler und Diskutieren Sie ihr Ergebnis!

Aufgabe 9: Dämpfungskonstante

Erstellen Sie einen Graphen, bei dem die Amplituden der Schwingung halblogarithmisch gegen die Zeit aufgetragen werden. Ermitteln Sie graphisch den Mittelwert samt Fehler der Dämpfungskonstante λ und die Abklingzeit τ . Analog dazu werten Sie Ihre Computermessung aus. Vergleichen und Diskutieren Sie Ihre Ergebnisse!

Aufgabe 10: Resonanzkurve

Erstellen Sie einen Graphen. Tragen Sie hierzu die Maximalamplitude gegen die Anregungsfrequenz auf. Ermitteln Sie die Resonanzfrequenz und überprüfen Sie die Bedingung aus Gl. (9). Wie groß ist die Halbwertsbreite?

Aufgabe 11: Nichtlineares Ausschwingverhalten

Welche Eigenschaften eines Nichtlinearen Systems können Sie beobachten? Vergleichen Sie ein lineares mit einem nichtlinearen Phasenraumdiagramm. Diskutieren Sie die Unterschiede!

Aufgabe 12: Nichtlineares, periodisch angetriebenes Pendel

Diskutieren Sie Ihre aufgenommen Kurven und bestimmen Sie die Bifurkationen.