
Probeklausur

Sommersemester 2019

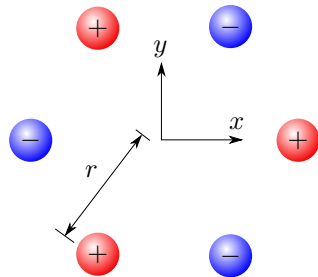
Korbinian ESCHBAUM, Jakob UNFRIED

Gesamtpunktzahl 73

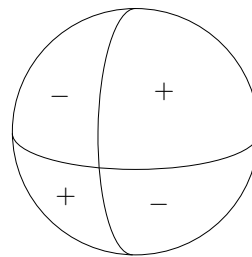
Bearbeitungszeit 90 Minuten

1 Elektrisches Feld (10 Punkte)

- (a) Übertragen Sie folgende Ladungsverteilungen auf Ihr Blatt und skizzieren Sie jeweils das Feldlinienbild des elektrischen Feldes \mathbf{E} :



(i)



(ii)

Betrachten Sie nun für die nachfolgenden Aufgaben die Abbildung (i). Für alle Ladungen gilt $|q| = 3e$. Der Ursprung zum Mittelpunkt beträgt jeweils $r = 1,5$ m.

- (b) Berechnen Sie das elektrische Feld (Betrag und Richtung) im Ursprung für den Fall, dass die rechte positive Ladung entfernt wird.
- (c) Berechnen Sie die notwendige Arbeit, um die entfernte positive Ladung von $(\infty, 0, 0)$ wieder zum Ursprung zurück bewegen.
- Hinweis:* Für diese Aufgabe müssen Sie keine Integrale lösen.
- (d) Nun seien wieder alle 6 Ladungen vorhanden. Bestimmen Sie einen Ausdruck für das elektrische Feld $\mathbf{E}(x, 0, 0)$ auf der x -Achse.

2 Inhomogen geladener Stab (10 Punkte)

Betrachten Sie einen dünnen Stab der Länge $d = 20$ cm und vernachlässigbarer Dicke, dessen Mittelpunkt sich im Ursprung eines Koordinatensystems befindet und in y -Richtung orientiert ist. Die Längenladungsdichte dieses Stabes sei gegeben durch

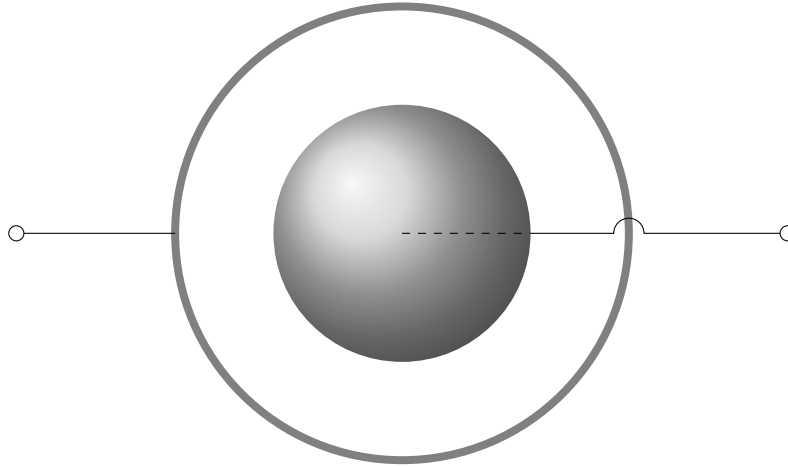
$$\lambda(y) = \begin{cases} 2\lambda_0 y/d & |y| \leq d/2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (1)$$

Der Stab befinde sich in einem homogenen elektrischen Feld $\mathbf{E} = E\mathbf{e}_x$ mit $E = 4$ V/m.

- (a) Skizzieren Sie die Ladungsverteilung $\lambda(y)$.
- (b) Berechnen Sie λ_0 , sodass die obere Hälfte des Stabes die Gesamtladung $Q = 2$ As trägt. Berechnen Sie den Ladungsschwerpunkt y_S der oberen Hälfte.
- (c) Berechnen Sie nun das Dipolmoment des ganzen Stabes. Vergleichen Sie es mit dem Dipolmoment zweier Ladungen $\pm Q$ im Abstand $2y_S$ voneinander. Berechnen Sie dann das Drehmoment, das auf den Stab wirkt. In welche Richtung wird sich der Stab drehen?

3 Kondensator (10 Punkte)

Wir betrachten einen Kondensator der aus einer inneren Vollkugel mit Radius R_1 und einer äußeren Kugelschale mit Radius R_2 besteht. Der Anschluss der inneren Kugel befindet sich in ihrem Zentrum.

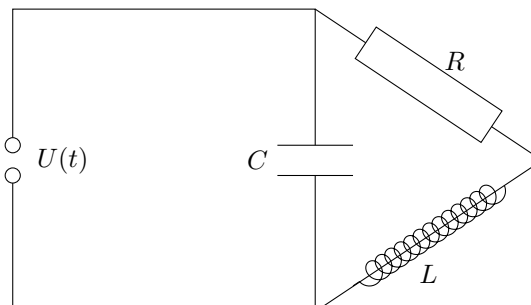


Nach Anlegen einer Spannung verhält sich die Kugel so, dass die äußere Schale mit einer konstanten Flächenladungsdichte $\sigma_0 = \frac{Q}{4\pi R_2^2}$ geladen ist und die innere Kugel mit einer konstanten Ladungsdichte $\rho_0 = -\frac{3Q}{4\pi R_1^3}$.

- In welche Richtung zeigt das elektrische Feld $\mathbf{E}(\mathbf{r})$? Von welchen Koordinaten hängt es ab?
- Bestimmen sie das elektrische Feld der Anordnung an allen Orten im Raum. Skizzieren sie die Abhängigkeit der Feldstärke $|\mathbf{E}|$ von r (der Kugelkoordinate).
- Bestimmen sie die elektrische Spannung zwischen den Anschlüssen (also zwischen dem Zentrum der inneren Kugel und einem Punkt auf der äußeren).
- Berechnen sie die Kapazität dieses Kondensators, wenn $R_1 = 6 \text{ cm}$ und $R_2 = 10 \text{ cm}$.

4 Induktion und Wechselstrom (12 Punkte)

- Betrachten Sie eine kreisförmige Leiterschleife mit Radius R in einem homogenes Magnetfeld $\mathbf{B} = B\mathbf{e}_z$ mit $B = 2,3 \text{ mT}$. Die Schleife liegt zu Anfang in der xy -Ebene. Die Schleife wird nun um eine Symmetrieachse gedreht und dadurch wird eine Spannung $U(t) = U_0 \sin(\omega t)$ induziert. Wenn $\omega = 40\pi \text{ s}^{-1}$ ist, berechnen Sie dann den Radius R , sodass die Spannung eine Amplitude von $U_0 = 0,5 \text{ V}$ hat. Wenn nun aber der Radius fest ist, wie muss man die Kreisfrequenz ω anpassen, um die Amplitude U_0 zu verdoppeln?
- Den damit gewonnenen Wechselstrom $U(t) = U_0 \sin(\omega t)$ mit $U_0 = 0,5 \text{ V}$ und $\omega = 40\pi \text{ s}^{-1}$ nutzen wir nun, um den folgenden Schaltkreis zu betreiben (siehe Skizze):



Er besteht aus einem Kondensator mit Kapazität $C = 20 \text{ pF}$, einer Spule mit Induktivität $L = 100 \text{ mH}$ und einem Ohm'schen Widerstand $R = 15 \Omega$.

Bestimmen Sie daraus die Spannung $U_R(t)$ am Widerstand. Wie groß ist ihre Amplitude? Was ist ihre Phasenverschiebung gegenüber $U(t)$?

Für welche Frequenzen ω wird die Amplitude $U_R(t)$ maximal? Was ist dann die Phasenverschiebung?

5 Magnetfeld (10 Punkte)

Betrachten Sie ein unendlich langes Kabel mit kreisförmigem Querschnitt und Radius $a = 2\text{ mm}$. Seine Mittelachse liege auf der z -Achse. Der Leiter sei aus irgendeinem Grund in der Mitte besser leitfähig, so dass in ihm eine inhomogene Stromdichte herrscht. In Zylinderkoordinaten (r, φ, z) gilt innerhalb des Kabels:

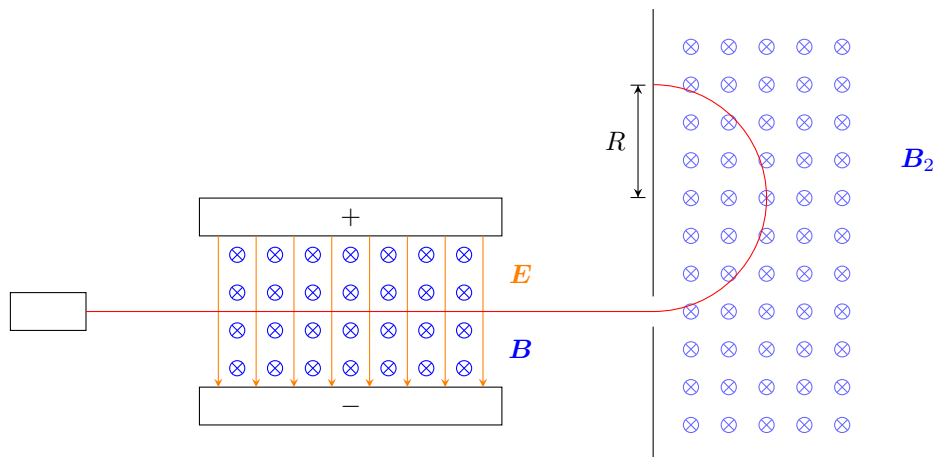
$$\mathbf{j} = \frac{\alpha}{r} \mathbf{e}_z \quad (2)$$

mit $\alpha = 5 \cdot 10^{-3} \text{ A/m}$.

- Skizzieren Sie den Leiter im Querschnitt, sowie einige Feldlinien des magnetischen Felds.
- In welche Richtung zeigt das magnetische Feld $\mathbf{B}(\mathbf{r})$? Von welchen Koordinaten hängt es ab?
- Berechnen sie das magnetische Feld $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ innerhalb *und* außerhalb des Kabels.
- In einem Abstand $d = 5\text{ cm}$ von der Mittelachse befinde sich nun ein dünner Draht der Länge $L = 50\text{ cm}$, durch den ein Strom von $I = 2\text{ A}$ in die negative z -Richtung fließt. Welche Kraft wirkt auf diesen Draht? In welche Richtung zeigt sie?

6 Massenspektrometer (8 Punkte)

Ein Massenspektrometer kann benutzt werden, um die Massen von Ionen mit gleicher Ladung q zu separieren. Der prinzipielle Aufbau ist in folgender Skizze beschrieben:



- Nehmen Sie an, Silberionen der Masse $M = 177 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ und Ladung $q = e$ treten aus dem Emitter mit Anfangsgeschwindigkeit $v_0 = 10\text{ m/s}$ aus. Mit Hilfe einer Beschleunigungsspannung U_B sollen diese auf die Endgeschwindigkeit $v = 2 \cdot 10^5 \text{ m/s}$ gebracht werden. Wie groß muss diese Spannung dafür gewählt werden?
- Unmittelbar nach dem Ionenemitter befindet sich eine Kammer in der sowohl ein elektrisches als auch ein magnetisches Feld sind. Sie stehen senkrecht aufeinander und sind beide homogen. Wie muss das Verhältnis der Feldstärken E und B gewählt werden, damit ausschließlich Ionen mit einer Geschwindigkeit von $v = 2 \cdot 10^5 \text{ m/s}$ ungehindert passieren können?
- Im darauf folgenden Kasten befindet sich ein weiteres homogenes Magnetfeld der Stärke $B_2 = 2\text{ T}$. Die Ionen werden von ihm auf eine Kreisbahn mit Radius R abgelenkt. Auf der selben Seite, in die die Ladungsträger eindringen befinde sich ein Schirm, auf dem ein Licht aufblitzt, sobald ein Ion registriert wird. Der Abstand $y = 2R$ kann verwendet werden, um die Ionenmasse zu bestimmen. Wie hängt die Ionenmasse m von y ab? Bei welchem y treffen Silberionen mit Masse $M = 177 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ und Ladung $+e$ auf?

7 Längenmessung mit Minkowski-Diagrammen (13 Punkte)

Betrachten Sie ein Lineal mit Länge L , das sich im System S nicht bewegt. Betrachten Sie außerdem ein System S' , das sich relativ zu S mit Geschwindigkeit v bewegt. Die Enden des Lineals liegen im System S zu einem Zeitpunkt $t = 0$ bei $x = 0$ und $x = L$ und im System S' zum Zeitpunkt $t' = 0$ bei $x' = 0$ und $x' = L'$.

- (a) Zeigen Sie, dass das Raumzeitintervall $s^2 = (ct)^2 - x^2$ unabhängig vom Bezugssystem ist.
- (b) Zeichnen Sie in einem Minkowski-Diagramm die Kurve ein, auf der das Raumzeitintervall konstant $s^2 = -L^2$ ist.
- (c) Zeichnen Sie in einem Minkowski-Diagramm (mit Achsen zu S und S') ein, wo sich das Lineal zu allen Zeitpunkten befindet. Zeichnen Sie die Länge L im System S ein. Zeichnen Sie die Länge L' des Lineals im gestrichenen Bezugssystem ein. Verwenden Sie die Kurve aus (b), um die Markierung für die Distanz $x' = L$ auf der x' -Achse einzuzeichnen.
- (d) Gilt $L < L'$, $L > L'$ oder $L = L'$?
- (e) Im Beobachter-Bezugssystem S' findet eine Längenmessung zu einem beliebigen Zeitpunkt t' statt, indem jeweils die Position des vorderen und hinteren Endes des Lineals bestimmt werden. Zeichnen Sie in einem geeigneten Minkowski-Diagramm alle relevanten Ereignisse und Weltlinien ein. In welcher Reihenfolge findet diese Messung aus Sicht des Linealsystems S statt?

Konstanten

Elektrische Feldkonstante	$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ A s V}^{-1} \text{ m}^{-1}$
Magnetische Feldkonstante	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N A}^{-2}$
Lichtgeschwindigkeit	$c = 2,99 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$
Elementarladung	$e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$