Lösungen Probeklausur 31.03.2017

Kurze Fragen:

(a) Eine Gruppe ist ein Tupel $(G, *)$ aus Menge G und Verknüpfung $*: G \times G \to G$, $(a,b) \mapsto a*b$ wenn gilt
- Assoziativität $a*(b*c) = (a*b)*c$
- $\exists$ neutrales Element e sodass $\forall a \in G: a*e = e*a = a$
- $\forall a \in G$ $\exists$ inverses $a^{-1} \in G$ mit $a*a^{-1} = a^{-1}*a = e$

Eine Gruppe ist abelsch, wenn $a*b = b*a$ $\forall a, b \in G$ gilt.

(b) Schreibe Vektoren in Matrix

$$\begin{pmatrix} 0 & 3 & -2 & 4 \\ 1 & 0 & 2 & 6 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 4 & 5 & -2 & 2 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow$$ Die Vektoren sind l.u. und bilden Basis des $\mathbb{R}^4$

c) $\det M = 42$

e) $F \in End(V) \Rightarrow F$ bildet von V nach V ab.

$ker(F) := \{v \in V \mid F(v) = 0\}$; $Bild(V) := \{w \in V \mid \exists v \in V: F(v) = w\}$

f) A ist invertierbar; B ebenfalls; C nicht, da Zeilen linear abh.; D ist invertierbar

g) Da $x^2 = x \cdot x \geq 0$ $\forall x \in \mathbb{R}$ folgt, dass $K = \{\vec{0}\}$ nur den Nullvektor enthält. So sind die UVR-Kriterien trivial erfüllt.