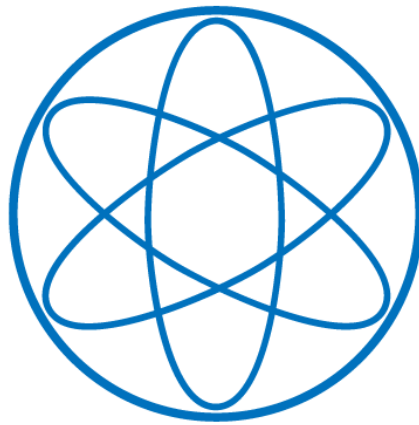


**Ferienkurs**  
**Experimentalphysik I: Mechanik**

**Wintersemester 15/16**

**Übung 3 - Lösung**



**PHYSIK**  
**DEPARTMENT**

## 1 Regenwagen

Ein Wagen (Leergewicht  $M=500\text{g}$ ) bewegt sich reibungsfrei auf einer Ebene mit der Geschwindigkeit  $v_0=10\text{m/s}$  in  $x$ -Richtung. Auf dem Wagen ist eine Wanne mit vernachlässigbarer Masse und der Grundfläche  $A=6\text{m}^2$  mit der offenen Seite nach oben befestigt. Plötzlich zur Zeit  $t = 0$ , setzt ein Platzregen mit 180 Litern pro Stunde und Quadratmeter ein. Die Regentropfen fallen senkrecht.

**Hinweis:** Sie mögen das Integral  $\int \frac{1}{a+bx} dx = \frac{1}{b} \ln |a + bx| + C$  nützlich finden.

1. Gilt hier der Impulserhaltungssatz? Gilt der Energieerhaltungssatz?

### Lösung:

Es gilt der Impulserhaltungssatz, aber nicht der Energieerhaltungssatz, da ein inelastischer Stoß vorliegt.

2. Wie groß ist die Geschwindigkeit des Wagens als Funktion der Zeit?

### Lösung:

Zu beachten ist, dass wegen der Impulserhaltung gilt:

$$p = mv = m_0 v_0 = m(t)v(t) \quad (1)$$

d.h. die Masse ist nicht konstant, da sie eine Funktion der Zeit ist.

$$\frac{dm}{dt} = 180 \frac{1}{\text{hm}^2} \times 6\text{m}^2 = 180 \frac{\text{kg}}{3600\text{s} \times \text{m}^2} \times 6\text{m}^2 = 0.3 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \quad (2)$$

da ein Liter Wasser natürlich einem Kilogramm Wasser entspricht. Integriert man nun  $\frac{dm}{dt}$ , so ergibt sich

$$m(t) = m_0 + 0.3\text{kg s}^{-1} \times t \quad (3)$$

Die Gleichung der Impulserhaltung (1) lässt sich nun nach  $v(t)$  auflösen:

$$v(t) = \frac{m_0 v_0}{m(t)} = \frac{0.5\text{kg} \times 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0.5\text{kg} + 0.3\text{kgs}^{-1}t} = \frac{5\text{m}}{0.5\text{s} + 0.3\text{kgs}^{-1}t} \quad (4)$$

3. Kommt der Wagen innerhalb einer endlichen Strecke zum Stehen? Begründen Sie ihre Antwort durch Rechnung.

**Lösung:**

Die zurückgelegte Strecke lässt sich durch Integration von  $v(t)$  ermitteln:

$$s(t) = \int \frac{5m}{0.5s + 0.3\text{kg s}^{-1}t} dt = 10 \frac{m}{s} \int \frac{dt}{1 + 0.6\text{s}^{-1}t} = \frac{10}{0.6} \ln(1 + 0.6\text{s}^{-1} \times t) \quad (5)$$

Der Wagen kommt nicht zum Stehen, da

$$\ln(x) \rightarrow \infty \text{ für } x \rightarrow \infty \quad (6)$$

Anders ausgedrückt: Die Geschwindigkeit wird nie Null, da  $v(t) \propto \frac{1}{t}$ .

4. Welche Kraft muss aufgebracht werden, um die Geschwindigkeit des Wagens konstant auf dem Wert  $v_0$  zu halten?

**Lösung:**

Die Kraft ist durch die Impulsänderung definiert:

$$F = \frac{dp}{dt} = v \frac{dm}{dt} = 10 \frac{m}{s} \times 0.3 \frac{\text{kg}}{s} = 3\text{N} \quad (7)$$

**2 Impulserhaltung mit Masseänderung**

Ein Zug aus fünf leeren, antriebslosen Eisenbahnwaggons rollt näherungsweise reibungsfrei mit einer Anfangsgeschwindigkeit  $v_0 = 3 \frac{m}{s}$  unter einer Beladestation vorbei. Das Leergewicht des Zugs beträgt  $m_0 = 100t$ . Ab dem Zeitpunkt  $t = 0$  fällt nun senkrecht von oben mit einer konstanten Rate von  $\dot{m} = 2 \frac{t}{s}$  Kohle in die oben offenen Waggons, wo sie dann liegen bleibt. Es geht keine Kohle zwischen den Waggons verloren. Das Beladen wird automatisch beendet, sobald der Zug die Beladestation vollständig passiert hat.

1. Erläutern Sie kurz, ob und warum Energie- und/oder Impulserhaltung bei diesem Vorgang eine Rolle spielen. Wo wird Energie umgewandelt oder Impuls übertragen?
2. Wie groß ist die Rollgeschwindigkeit  $v(t)$  des Zugs nach der Zeit  $t$  während des Beladens? Wie schnell ist der Zug nach 30 Sekunden?
3. Welche Strecke  $s(t)$  rollt der Zug in der Zeit  $t$  während des Beladens? Welche Strecke ist der Zug in 30 Sekunden gerollt?

## Lösung

1. Impuls In horizontaler Richtung ist der Impuls des Systems „Zug mit Kohle“ erhalten. Kohle und Zug tauschen miteinander Impuls aus.

In vertikaler Richtung unterstützen die Schienen den Zug, was einen Kontakt zur Erde bedeutet. Der Impuls ist hier im System „Zug mit Kohle“ nicht erhalten, da Impuls mit der Erde ausgetauscht wird.

Energie Die Kohle bleibt im Zug liegen und bewegt sich mit ihm mit (Bei einem elastischen Stoß würde die Kohle vom Zug abprallen). Daraus folgt, dass es sich um einen inelastischen Stoß handelt, ein Teil der Bewegungsenergie wird in andere Energieformen umgewandelt (Brechen von Kohlestücken, Reibung, Erwärmung).

2. Für die Impulserhaltung der  $x$ -Komponente gilt:

$$p = \text{const} = v_0 m_0 + \underbrace{v_{0\text{Kohle}} m_{\text{Kohle}}}_{=0} \quad (8)$$

$$\Rightarrow v(t) = \frac{p}{m(t)} = \frac{v_0 m_0}{m_0 + \dot{m} t} \quad (9)$$

$$v(30s) = \frac{10^5 \text{ kg} \cdot 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{10^5 \text{ kg} + 2 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \cdot 30s} = 1,88 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (10)$$

- 3.

$$s(t) = \int_0^t v(t') dt' \quad (11)$$

$$= \int_0^t \frac{v_0 m_0}{m_0 + \dot{m} t'} dt' \quad (12)$$

$$= \frac{v_0 m_0}{\dot{m}} \int_0^t \frac{1}{\frac{m_0}{\dot{m}} + t'} dt' \quad (13)$$

$$= \frac{v_0 m_0}{\dot{m}} \cdot \left[ \ln \left( \frac{m_0}{\dot{m}} + t' \right) \right]_0^t \quad (14)$$

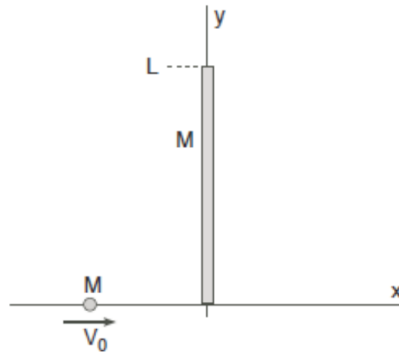
$$= \frac{v_0 m_0}{\dot{m}} \left( \ln \left( \frac{m_0}{\dot{m}} + t \right) - \ln \left( \frac{m_0}{\dot{m}} \right) \right) \quad (15)$$

$$= \frac{v_0 m_0}{\dot{m}} \left( \ln \left( 1 + \frac{t \dot{m}}{m_0} \right) \right) \quad (16)$$

$$s(30s) = 70,5m \quad (17)$$

## 3 Bewegung im Schwerpunktsystem

Ein dünner Stab mit Länge  $L$  und Masse  $M$  ruht auf der  $y$ -Achse auf einem reibungslosen, horizontalen Tisch. Eine Punktmasse derselben Masse  $M$  bewegt sich mit Geschwindigkeit  $V_0$  auf der  $x$ -Achse. Zum Zeitpunkt  $t = 0$  kollidiert die Punktmasse mit dem Ende des Stabes und bleibt daran kleben. Finden Sie den Positionsvektor  $\vec{R}_{CM}(t)$  und den Geschwindigkeitsvektor  $\vec{V}_{CM}(t)$  des Massenschwerpunkts dieses Systems als Funktion der Zeit.

**Lösung:**

Der Schwerpunkt des Stab-Massen-Systems ist gegeben durch den Positionsvektor

$$\vec{R}_S(t) = \frac{m_1 \vec{r}_1(t) + m_2 \vec{r}_2(t)}{m_1 + m_2} \quad (18)$$

wobei  $\vec{r}_1(t)$  die Position des Schwerpunkts des Stabes und  $\vec{r}_2(t)$  die Position der Punktmasse darstellt. Der Schwerpunkt des Stabes zum Anfangszeitpunkt  $t = 0$  ist gegeben durch

$$\vec{r}_1(0) = \frac{L}{2} \mathbf{e}_y \quad (19)$$

Zum Zeitpunkt  $t = 0$  befindet sich die Punktmasse am Koordinatenursprung, also ist  $\vec{r}_2(0) = 0$ . Also wird Gleichung (18) zu

$$\vec{R}_S(0) = \frac{M \frac{1}{2} \mathbf{e}_y}{2M} = \frac{L}{4} \mathbf{e}_y \quad (20)$$

Die Geschwindigkeit des Schwerpunkts ist gegeben durch

$$\vec{V}_S(t) = \frac{m_1 \vec{v}_1(t) + m_2 \vec{v}_2(t)}{m_1 + m_2} \quad (21)$$

Zum Zeitpunkt  $t = 0$  ruht der Stab; deshalb ist  $\vec{v}_1(0) = 0$ . Zu diesem Zeitpunkt bewegt sich die Punktmasse in die positive  $x$ -Richtung und ihre Geschwindigkeit ist gegeben durch  $\vec{v}_2(0) = V_0 \mathbf{e}_x$ . Also ist die Geschwindigkeit des Schwerpunktsystems zum Zeitpunkt  $t = 0$  gegeben durch

$$\vec{V}_S(t) = \frac{MV_0}{2M} \mathbf{e}_x = \frac{V_0}{2} \mathbf{e}_x \quad (22)$$

Weil keine äußeren Kräfte auf das System wirken, ist die Geschwindigkeit des Schwerpunkts des Systems konstant und sein Ortsvektor ist gegeben durch

$$\vec{R}_S(t) = \vec{R}_S(0) + \vec{V}_S t = \frac{L}{4} \mathbf{e}_y + \frac{V_0}{2} t \mathbf{e}_x \quad (23)$$

## 4 Inelastischer Stoß

Ein Teilchen der Masse  $m_1$  stößt zentral mit einem im Laborsystem ruhenden Teilchen der Masse  $m_2$  zusammen und bleibt in diesem stecken.

1. Wie viel kinetische Energie wird dabei in innere Energie  $Q$  umgewandelt?
2. Wie groß ist die anfängliche kinetische Gesamtenergie im Schwerpunktsystems?

### Lösung:

1. Bei einem inelastischen Stoß gilt Impulserhaltung

$$\begin{aligned} p &= p' \\ m_1 v_1 &= (m_1 + m_2) v' \\ \Rightarrow v' &= \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_1 \end{aligned}$$

Diese Geschwindigkeit entspricht gleichzeitig der Schwerpunktschwindigkeit, da auch diese bei ohne Einwirkung äußerer Kräfte erhalten ist. Für die kinetische Energie nach dem Stoß gilt

$$E' = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \left( \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2} \right)^2 = \frac{1}{2} \frac{m_1^2}{m_1 + m_2} v_1^2$$

Die in Verformung umgewandelte Energie ist somit

$$Q = E - E' = \frac{1}{2} \left( m_1 - \frac{m_1^2}{m_1 + m_2} \right) v_1^2 = \frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} v_1^2$$

2. Die Geschwindigkeit eines Körpers  $i$  im Schwerpunktsystem lässt sich berechnen aus  $v_{i,S} = v_i - v_S$ , wobei  $v_S$  die Geschwindigkeit des Schwerpunktes ist. Die anfängliche Gesamtenergie im Schwerpunktsystem ist also

$$\begin{aligned} E_S &= \frac{1}{2} m_1 \left( v_1 - \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_1 \right)^2 + \frac{1}{2} m_2 \left( -\frac{m_1}{m_1 + m_2} v_1 \right)^2 \\ &= \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \frac{m_2^2}{(m_1 + m_2)^2} + \frac{1}{2} m_2 v_1^2 \frac{m_1^2}{(m_1 + m_2)^2} \\ &= \frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} v_1^2 \end{aligned}$$

## 5 Archimedes Haar

Ein menschliches Haar habe ein Elastizitätsmodul von  $E = 5 \cdot 10^8 \text{ Nm}^{-2}$ . Nehmen Sie an, dass sich das Haar für Dehnungen bis zu 10% elastisch dehnt und nicht beschädigt wird.

1. Berechnen Sie das Volumen an Haar, dass Archimedes 250 B.C. für ein Katapult benötigte, um einen Fels von 50kg auf eine Geschwindigkeit von  $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  zu beschleunigen.
2. Wie weit fliegt dieser Fels unter idealen Bedingungen maximal?

## Lösung

1. Es ist das Volumen an Haar für ein einfaches Katapult bei gegebenem Elastizitätsmodul und Dehnung von  $\frac{\Delta l}{l} = 10\%$  gesucht.

Aus dem Hookeschen Gesetz ( $\sigma = E\epsilon$ ) folgt  $\frac{F}{A} = E\frac{\Delta l}{l}$  bzw.  $F = \frac{EA}{l}\Delta l$

Es gilt  $F = kx$  mit  $k = \frac{EA}{l}$ ,  $x = \Delta l$  mit dem Energieerhaltungssatz und Äquivalenzumformungen

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}mv^2 = E_{\text{Feder}} = \frac{1}{2}kx^2 \quad (24)$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\frac{EA}{l}\Delta l^2 = \frac{1}{2}EA l \frac{\Delta l^2}{l^2} = \frac{1}{2}EV \frac{\Delta l^2}{l^2} \quad (25)$$

$$\Rightarrow V = \frac{mv^2 l^2}{E\Delta l^2} = 4 \cdot 10^{-3} m \quad (26)$$

2. Es ist die maximale Wurfweite bei optimalen Bedingungen gefragt. Es ist bekannt, dass die geworfene Weite bei  $\varphi = 45^\circ$  maximal wird (Luftwiderstand vernachlässigt).

$$x_{\text{max}} = \frac{v^2}{g} \sin 2\varphi = \frac{v^2}{g} = 40,77 m \quad (27)$$

## 6 Luftschiff und Bohrinsel

Wasserstoff, das leichteste Gas, hat unter Normalbedingungen eine Dichte von  $90 \text{ g/m}^3$ . Helium, das zweitleichteste Gas, hat eine Dichte von  $179 \text{ g/m}^3$ . Die Dichte von Luft bei Normalbedingungen beträgt  $1.29 \text{ kg/m}^3$ .

1. Warum ist die Dichte von Helium nur doppelt so groß wie die von Wasserstoff, obwohl das Heliumatom die vierfache Masse des Wasserstoffatoms hat?

### Lösung:

Die Dichte von Helium ist nur doppelt so groß wie die von Wasserstoff, da Wasserstoff 2atomige Moleküle bildet, während Helium ein Edelgas ist, also atomar vorkommt.

2. Wie groß ist die Tragkraft eines Luftschiffs, das mit  $20000 \text{ m}^3$  Wasserstoff bzw. Helium gefüllt ist? Warum schneidet Helium trotz seiner doppelten Dichte im Vergleich mit Wasserstoff ganz gut ab?

### Lösung:

Die Tragkraft eines gegebenen Gasvolumens  $V$  in Luft ist die Differenz aus der Auftriebskraft, die das Volumen in der umgebenen Luft erfährt und der Gewichtskraft des Gasvolumens. Also:

$$F_A = \rho_L g V, \quad F_G = \rho_G g V \quad (28)$$

$$F_T = F_A - F_G = (\rho_L - \rho_G)gV \quad (29)$$

Für ein Volumen  $V = 20000\text{m}^3$  ergibt sich für Wasserstoff

$$F_T = (\rho_L - \rho_{H_2})gV = 235\text{kN} \quad (30)$$

und für Helium

$$F_T = (\rho_L - \rho_{He})gV = 218\text{kN} \quad (31)$$

Helium ist als Traggas fast so gut wie Wasserstoff, weil für die Tragkraft nicht die Dichte des Traggases direkt relevant ist, sondern ihre Differenz zur Dichte von Luft.

Betrachten Sie eine Bohrinselform der Masse 10000t, deren vier zylinderförmige Sockel einen Durchmesser von 10m und eine Höhe von 60m haben. Die Sockel sind hohl und anfänglich mit Luft gefüllt, um als Schwimmkörper zu dienen.

3. Wie weit schauen die Sockel aus dem Wasser hinaus?

### Lösung:

Die Gesamthöhe der Sockel sei  $H$ , ihre aus dem Wasser herauschauende Länge  $h$ . Dann ist der Auftrieb durch die vier Sockel als Funktion von  $h$

$$F_A(h) = \rho g \cdot 4 \cdot \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 (H - h) = \pi \rho g D^2 (H - h) \quad (32)$$

( $\rho = 1000\text{kg/m}^3$  = Dichte von Wasser) Im Gleichgewicht stellt sich  $h$  nun so ein, dass die Auftriebskraft die Gewichtskraft  $Mg$  der Bohrinselform genau ausgleicht, also

$$\pi \rho g D^2 (H - h) = Mg \quad (33)$$

Daraus ergibt sich

$$h = H - \frac{M}{\pi \rho D^2} = 28.2\text{m} \quad (34)$$

4. Mit welcher Menge Wasser müssen die Sockel geflutet werden, damit die Bohrinselform so absinkt, dass sie gerade 'gewichtlos' ist, wenn sie auf dem Meeresboden in 50m Tiefe aufsetzt?



**Lösung:**

Der Auftrieb, den die in der Tiefe  $t$  aufsetzende Bohrinnsel erfährt, ist

$$F_A = \rho g \cdot 4 \cdot \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 t = \pi \rho g D^2 t \quad (35)$$

Damit die Bohrinnsel beim Aufsetzen genau schwebt, muss ihre Gewichtskraft so groß wie dieser Auftrieb sein, also

$$\pi \rho g D^2 t = (M + m)g \quad (36)$$

wobei  $m$  die Masse des Ballastwassers ist. Daraus ergibt sich mit  $t = 50\text{m}$

$$m = \pi \rho D^2 t - M = 5708\text{t} \quad (37)$$

(Das entspricht einem Wasservolumen von  $5708\text{m}^3$ , was in den vier Sockeln mit dem Gesamtvolumen  $\pi D^2 H = 18850\text{m}^3$  locker untergebracht werden kann. Auch die in Teil d) hinzukommenden  $5000\text{m}^3$  passen noch locker in die Tanks.)

5. Nun sitzt die Bohrinnsel in 50m Tiefe auf Grund und wird zur Erhöhung der Stabilität mit weiteren 5000t Wasser geflutet. Wie groß ist die Kraft, die jetzt auf den sandigen Meeresboden unterhalb der Sockel wirkt?

**Lösung:**

Man könnte zunächst denken, dass die Bohrinnsel nun um die Gewichtskraft von  $m' = 5000\text{t}$  Wasser schwerer ist als wenn sie 'gewichtlos' über dem Boden schwebt, also drücken die Sockel nun mit auf den Boden mit der Kraft

$$m'g = 5000\text{t} \cdot 9.81\text{N/kg} = 49\text{MN} \quad (38)$$

Es ist aber nicht nach der Kraft gefragt, die die Bohrinnsel allein auf den Meeresboden ausübt, sondern nach der Gesamtkraft, die auf die Standfläche unterhalb der vier Sockel wirkt. (Diese Kraft könnte wichtig sein, falls sich z.B. direkt unterhalb des Meeresbodens ein Hohlraum befindet, der einstürzen könnte, falls er zu stark belastet wird.) Und dabei muss man noch den auf den Meeresboden wirkenden Wasserdruck in der Tiefe  $t$  berücksichtigen:

$$F_B = m'g + \rho g t \cdot 4 \cdot \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 = m'g + \rho g t \pi D^2 \quad (39)$$

Nach Teil d) ist der Druckterm  $\rho g t \pi D^2$  gerade gleich  $(M + m)g$ , so dass insgesamt

$$F_B = (M + m + m')g \quad (40)$$

ist. Der Boden muss also trotz Auftrieb effektiv doch die gesamte reale Gewichtskraft  $(M + m + m')g = 203\text{MN}$  der gefluteten Bohrinnsel tragen. Das ist physikalisch nicht unplausibel: Der Wasserdruck  $\rho g t$  in der Tiefe  $t$  'vermindert' zwar das Gewicht der Bohrinnsel um den

Betrag  $F_A = \rho g t \pi D^2$ , belastet aber dafür den Meeresboden mit genau der gleichen Kraft. Allgemein ist die Kraft, die auf den Meeresboden unterhalb der aufsitzenden Sockel wirkt

$$F_B = PA + (G - F_A) \quad (41)$$

wobei  $P$  der Wasserdruck,  $A$  die Bodenfläche der Sockel,  $G$  das 'echte' Gewicht der Bohrinsel und  $F_A$  die Auftriebskraft auf die Bohrinsel ist. Auf die oben aus dem Wasser herausschauenden zylinderförmigen Sockel wirkt als Auftrieb nur die Druckkraft auf ihre Unterfläche, also  $F_A = PA$ . Damit folgt

$$F_B = G \quad (42)$$

Anders ausgedrückt: Die Ausbreitung des Drucks an der Grenzfläche Meeresboden/Bohrinsel erfolgt auch transversal. Wenn es keinen Druck an der Grenzfläche zur Bohrinsel geben würde, würde eine effektive Kraft nach oben diesen Druckunterschied ausgleichen wollen und somit würde die Bohrinsel eine Kraft nach oben erfahren, was unphysikalisch ist.

## 7 Antarktis-Park

In der Antarktis gibt es einen Antarktis-Park, ein beliebter Zeitvertreib für Pinguine. Eine besondere Attraktion ist eine scheibenförmige Eisscholle (Fläche  $A$ , Eisdicke  $D$ , Eisdichte  $\rho_E$ ), die im Meer schwimmt (Wasserdichte  $\rho_W$ ).

1. Welcher Anteil der Eisdicke  $D$  befindet sich oberhalb der Wasseroberfläche?
2. Mit größtem Vergnügen springen Pinguine auf der Eisscholle so auf und ab, dass die Scholle anfängt zu schwingen. Mit welcher Periode  $T$  müssten die Pinguine springen, um die Scholle in der Resonanzfrequenz anzuregen (Masse der Pinguine und Reibung werden vernachlässigt)?
3. Wie groß müsste die Gesamtmasse der Pinguine auf der Eisscholle sein, damit ihr Gewicht die Scholle völlig untertaucht? (Wir nehmen an, dass sie nicht mehr springen.)
4. Aufgrund der globalen Erwärmung schmilzt die Eisscholle. Wie ändert sich dadurch der Wasserspiegel des Meeres? Begründen Sie Ihre Antwort. Die Temperatur des Meerwassers wird als unverändert angenommen. Die Pinguine werden für diesen Teil der Aufgabe nicht berücksichtigt. Sie haben sich längst aus dem Staub (aus dem Schnee?) gemacht.

### Lösung

1. Masse Eis:  $M_E = \rho_E A D$

Masse verdrängten Wassers:  $M_W = \rho_W A (D - x)$ , wobei  $x$  die Höhe der Eisschicht ist, die aus dem Wasser ragt. Aus  $M_E g = M_W g$  folgt

$$\frac{x}{D} = \frac{V_{E\text{außen}}}{V_E} = \frac{\rho_W - \rho_E}{\rho_W}$$

2. Die  $x$ -Achse zeige nach oben, die einwirkenden Kräfte sind der Auftrieb durch das verdrängte Wasser nach oben und das Gewicht des Eises nach unten.

$$M_E \ddot{x} = \rho_W A g (D - x) - \rho_E A g D$$

$$\ddot{x} + \frac{\rho_W A g}{M_E} x = \frac{\rho_W - \rho_E}{M_E} A D g = g \frac{\rho_W - \rho_E}{\rho_E}$$

$$\omega^2 = \frac{\rho_W A g}{M_E} = \frac{\rho_W g}{\rho_E D}$$

Damit ist die Schwingungsperiode  $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{\rho_E D}{\rho_W g}}$

- 3.

$$\rho_E A D g + m g = \rho_W A D g$$

Damit ist die Masse der Pinguine  $m = (\rho_W - \rho_E) A D$ .

4. Nach dem Schmelzen nimmt das Eis folgendes Volumen ein:

$$V = \frac{M_E}{\rho_W} = \frac{\rho_E}{\rho_W} A D$$

Dies ist das Wasservolumen, das die Eisscholle verdrängt hat. Somit ändert sich der Meeresspiegel beim Schmelzen nicht.