

Ferienkurs Experimentalphysik 3

Wintersemester 2014/2015

Thomas Maier, Alexander Wolf

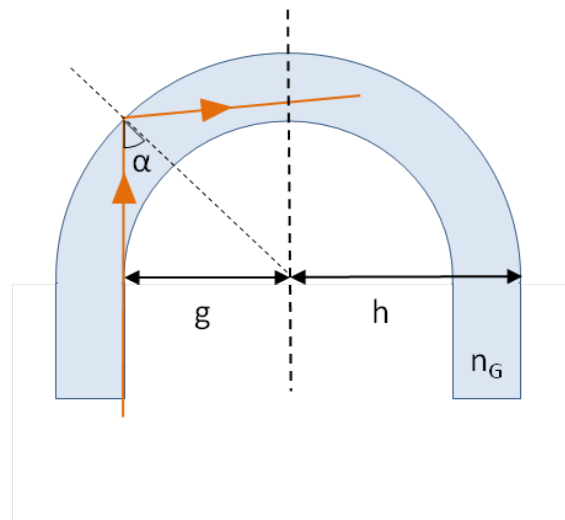
Lösung Probeklausur

Aufgabe 1: Lichtleiter

Ein Lichtleiter mit dem Brechungsindex $n_G = 1,3$ sei hufeisenförmig gebogen (siehe Skizze). Wie muss das Verhältnis der beiden Krümmungsradien $\frac{g}{h}$ mindestens sein, damit alle senkrecht eingekoppelten Lichtstrahlen den Lichtleiter vollständig durchlaufen?

Lösung 1:

Damit alle senkrecht eingekoppelten Lichtstrahlen den Leiter vollständig durchlaufen, müssen sie totalreflektiert werden. Es werden genau dann alle Lichtstrahlen totalreflektiert, wenn der innerste totalreflektiert wird (spitzester Winkel).



Für diesen gilt beim Erreichen der Grenzfläche unter dem Winkel α das Snelliussche Gesetz:

$$n_G \sin \alpha = n_L \sin \beta \quad (1)$$

wobei $n_L = 1$ der Brechungsindex der Luft ist, und $\sin \beta = 1$, da $\beta = 90^\circ$ (Totalre-

flexion). Man erhält für den kritischen Winkel

$$\sin \alpha = \frac{1}{n_G} = \frac{1}{1,3} \quad (2)$$

Verbindet man den Reflexionspunkt des innersten Strahles mit dem Mittelpunkt der Halbkreise, erhält man ein rechtwinkliges Dreieck, dessen Hypotenuse dem äußeren Krümmungsradius h , und dessen Gegenkathete zum Winkel α dem inneren Krümmungsradius g entspricht. Trigonometrisch lässt sich das gesuchte Verhältnis direkt bestimmen:

$$\sin \alpha = \frac{g}{h} = \frac{1}{1,3} \quad (3)$$

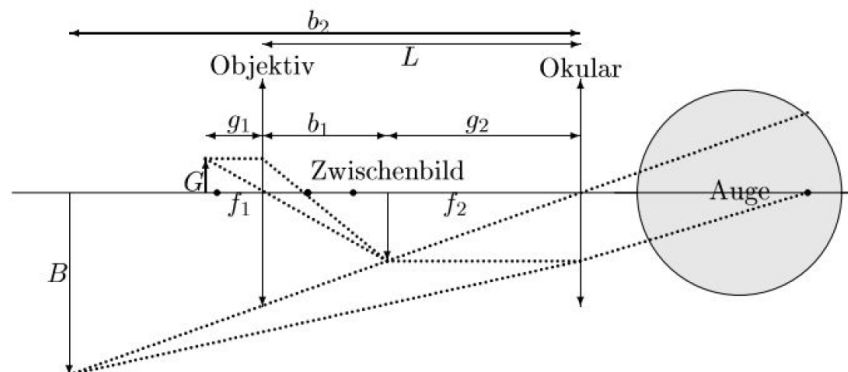
Aufgabe 2: Mikroskop

Ein Mikroskop besteht aus einem Objektiv mit einer Brennweite von $f_1 = 5\text{mm}$ und einem Okular mit einer Brennweite von $f_2 = 20\text{mm}$. Die Bildweite des Objektivs soll $b_1 = 150\text{mm}$, die des Okulars $b_2 = -260\text{mm}$ betragen. Der Durchmesser des Objektivs sei $D = 2\text{mm}$.

- Skizzieren Sie den Strahlengang des Mikroskops mit Bild und Zwischenbild.
- Wie groß ist der Abstand L zwischen Objektiv und Okular?
- Geben Sie die Vergrößerung der beiden Linsen und des gesamten Mikroskops an.
- Wie groß sind die kleinsten Strukturen, die von diesem Mikroskop bei Verwendung von Licht der Wellenlänge $\lambda = 550\text{nm}$ noch aufgelöst werden können?

Lösung 2:

- Das Objektiv erzeugt ein reelles Zwischenbild zwischen Objektiv und Okular. Das Zwischenbild liegt innerhalb der Brennweite des Okulars, weshalb es schließlich auf ein virtuelles Bild abgebildet wird.



- Der Abstand L zwischen Objektiv- und Okularlinse setzt sich aus der Bildweite des Objektivs b_1 und der Gegenstandsweite des Okulars g_2 zusammen. Letztere

muss zuerst noch berechnet werden, mit der Linsengleichung erhält man:

$$g_2 = \frac{b_2 \cdot f_2}{b_2 - f_2} = 18,57\text{mm} \quad (4)$$

Der Abstand zwischen den Linsen ist dann:

$$L = b_1 + g_2 = 168,57\text{mm} \quad (5)$$

- c) Für die Vergrößerung des Objektivs benötigt man noch seine Gegenstandsweite, mit der Linsengleichung erhält man sie als:

$$g_1 = \frac{b_1 \cdot f_1}{b_1 - f_1} = 5,17\text{mm} \quad (6)$$

Die Vergrößerungen der Einzellinsen sind dann:

$$V_{\text{Objektiv}} = -\frac{b_1}{g_1} = -29 \quad (7)$$

$$V_{\text{Okular}} = -\frac{b_2}{g_2} = 14 \quad (8)$$

Die Gesamtvergrößerung des Mikroskops erhält man als:

$$V_{\text{Mikroskop}} = V_{\text{Objektiv}} \cdot V_{\text{Okular}} = -406 \quad (9)$$

- d) Zur Abschätzung des Auflösungsvermögens benutzen wir das Rayleigh-Kriterium:

$$\alpha_{\min} = 1,22 \cdot \frac{\lambda}{D} \quad (10)$$

Mit Kleinwinkelnäherung gilt

$$\alpha_{\min} \approx \tan(\alpha_{\min}) = \frac{d}{g_1} \quad (11)$$

wobei d die kleinste auflösbare Struktur ist. Auflösen der Gleichung führt zu:

$$d = 1,22 \cdot \frac{g_1 \cdot \lambda}{D} = 1,73\mu\text{m} \quad (12)$$

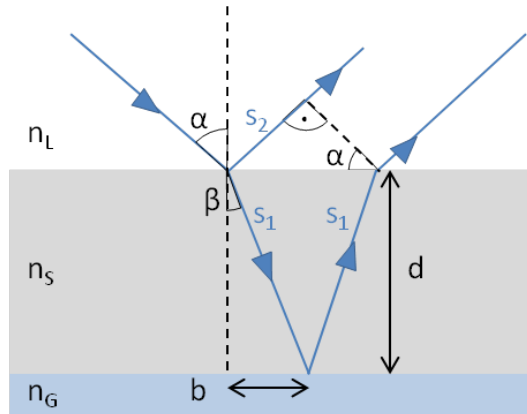
Aufgabe 3: Dünnschichtinterferenz

Sie bestrahlen eine dünne Schicht mit Brechungsindex $n_S = 1,4$, die auf einer Glasplatte mit Brechungsindex $n_G = 1,5$ aufgetragen ist, mit monochromatischem Licht. Das Licht der Wellenlänge $\lambda = 500\text{ nm}$ fällt hierbei unter einem Winkel von $\alpha = 45^\circ$ auf die Oberfläche.

- Skizzieren Sie den Strahlengang, wenn das Licht an beiden Grenzflächen reflektiert wird.
- Für welche Schichtdicken d sehen Sie für das reflektierte Licht konstruktive Interferenz?

Lösung 3:

a) Der Strahlengang sieht wie folgt aus:



b) Zunächst kann der Winkel β mit Snellius berechnet werden:

$$n_L \sin \alpha = n_S \sin \beta \quad \rightarrow \quad \beta = 30,4^\circ \quad (13)$$

Aus der Geometrie lassen sich die folgenden 3 Relationen erkennen:

$$1) \quad s_1 \cos \beta = d \quad (14)$$

$$2) \quad s_1 \sin \beta = b \quad (15)$$

$$3) \quad 2b \sin \alpha = s_2 \quad (16)$$

Für den gesamten optischem Wegunterschied Δs der beiden Strahlen muss für konstruktive Interferenz gelten:

$$\Delta s = m\lambda, \quad m \in \mathbb{N} \quad (17)$$

wobei

$$\Delta s = 2n_S s_1 - s_2 \quad (18)$$

$$= \frac{2dn_S}{\cos \beta} - 2b \sin \alpha \quad (19)$$

$$= \frac{2dn_S}{\cos \beta} - 2s_1 \sin \beta \sin \alpha \quad (20)$$

$$= \frac{2dn_S}{\cos \beta} - \frac{2d}{\cos \beta} \sin \beta \sin \alpha \quad (21)$$

und man erhält auf die Schichtdicke d aufgelöst:

$$d_m = \frac{m\lambda \cos \beta}{2(n_S - \sin \beta \sin \alpha)} \quad (22)$$

Zwei mögliche Dicken wären: $d_1 = 62,0 \text{ nm}$, bzw. $d_2 = 124,1 \text{ nm}$

Aufgabe 4: Lasermessungen

Sie benutzen einen monochromatischen Laser der Wellenlänge $\lambda = 500 \text{ nm}$ um diverse Parameter verschiedener Messaufbauten zu bestimmen:

- Zunächst bestrahlen Sie die Kathode einer Photoelektrode aus unbekanntem Material, sodass Photoeffekt auftritt. Sie regeln die anliegende Spannung und erkennen, dass ab einer Gegenspannung von $U_B = 1,28 \text{ V}$ kein Strom mehr fließt. Welche Austrittsarbeit besitzt das Material?
- Als nächstes bestrahlen Sie einen Doppelspalt. Auf dem $l = 2 \text{ m}$ entfernten Schirm erkennen Sie ein Interferenzmuster. Sie bestimmen den Abstand zwischen den zwei Interferenzminima erster Ordnung ($m = \pm 1$) zu $x_I = 4 \text{ cm}$ und den Abstand zwischen den zwei Beugungsminima erster Ordnung zu $x_B = 20 \text{ cm}$. Wie groß sind Spaltbreite und Abstand der Spalte?
- Zuletzt bestrahlen Sie einen doppelbrechenden Kristall der Dicke $d = 1 \text{ mm}$ (senkrechter Lichteinfall, optische Achse parallel zur Kristalloberfläche). Vor und hinter den Kristall schalten Sie zwei Polarisationsfilter (45° zur optischen Achse gedreht) in gleicher Ausrichtung. Um welchen Wert unterscheiden sich ordentlicher und außerordentlicher Brechungsindex, wenn Sie hinter dem Kristall keine Intensität messen können?

Lösung 4:

- a) Als Bedingung erhält man

$$E_{ph} = W_A + eU_B \quad (23)$$

wobei E_{ph} die Energie eines Photons ist, W_A die Austrittsarbeit und U_B die Bremsspannung. Aufgelöst auf die Austrittsarbeit erhält man

$$W_A = E_{ph} - eU_B = \frac{hc}{\lambda} - eU_B = 1,2 \text{ eV} \quad (24)$$

- b) **Beugung** (Einzelspalt):

Es gilt für das Minimum n . Ordnung der Beugung eines Einzelspalts

$$n\lambda = b \sin \alpha \quad (25)$$

$$\approx b \tan \alpha \approx b \frac{x_B}{2l} \quad (26)$$

Auflösen auf Spaltbreite b liefert für $m = 1$:

$$b = \frac{2\lambda l}{x_B} = 10 \mu\text{m} \quad (27)$$

Interferenz (Mehrfachspalt):

Es gilt für das Minimum m . Ordnung der Interferenz des Doppelspalts

$$\left(m - \frac{1}{2}\right) \lambda = d \sin \alpha \quad (28)$$

$$\approx d \tan \alpha \approx d \frac{x_I}{2l} \quad (29)$$

Auflösen auf Gitterabstand d liefert für $m = 1$:

$$d = \frac{\lambda l}{x_I} = 25 \mu\text{m} \quad (30)$$

- c) Damit bei gleicher Ausrichtung der Polarisationsfilter hinter dem Kristall keine Intensität gemessen werden kann, muss die Polarisationsrichtung des Strahls durch den Kristall um 90° gedreht werden. Daher gilt für den Phasenunterschied:

$$\Delta\Phi = \frac{2\pi}{\lambda} d \Delta n = (2k + 1) \pi \quad (31)$$

Und man erhält für den Unterschied der Brechungsindizes:

$$\Delta n = \frac{\lambda}{2d} (2k + 1) \quad (32)$$

Man erhält für $k = 0$: $\Delta n = 2,5 \cdot 10^{-4}$ oder für $k = 1$: $\Delta n = 7,5 \cdot 10^{-4}$.

Aufgabe 5: Roter Riese

Unsere Sonne besitzt einen Radius von $6,96 \cdot 10^5$ km und eine Oberflächentemperatur von 5800 K.

- Wie groß wäre der Radius eines roten Riese mit einer Oberflächentemperatur von 1200 K, wenn Sie davon ausgehen, dass er die selbe Strahlungsleistung wie die Sonne besitzt?
- Wie lässt sich die Temperatur eines Sternes experimentell ermitteln?

Lösung 5:

- Es gelte für beide Sterne die gleiche Strahlungsleistung

$$P_S = P_R \quad (33)$$

$$\sigma 4\pi R_S^2 T_S^4 = \sigma 4\pi R_R^2 T_R^4 \quad (34)$$

$$\rightarrow R_R = \frac{T_S^2}{T_R^2} R_S = 23,4 R_S = 1,63 \cdot 10^7 \text{ km} \quad (35)$$

- Experimentell lässt sich die Temperatur mithilfe des Wien'schen Gesetzes ermitteln. Man misst das Spektrum des Sternes und ermittelt die Wellenlänge, für die die Strahlungsleistung maximal ist. Mithilfe des Gesetzes

$$T = \frac{b}{\lambda_{max}} \quad (36)$$

wobei b die Wien'sche Verschiebungskonstante ist, lässt sich schließlich die Temperatur bestimmen.