Ferienkurs - Vorlesung 4

1 Schwingungen:

harmonischer Oszillator

Alles, wo gilt:

(1.) $F = m\ddot{x} = -Dx$ ~~Mett~~ ← Bewegungsgleichung

ist ein harmonischer Oszillator.

Beispiele: Feder: $m\ddot{x} = -Dx$ x: Auslenkung aus Ruhe

Eisscholle: $m\ddot{x} = -A\varrho g x$ x: Eintauchtiefe um Ruhelage

~~Beis~~

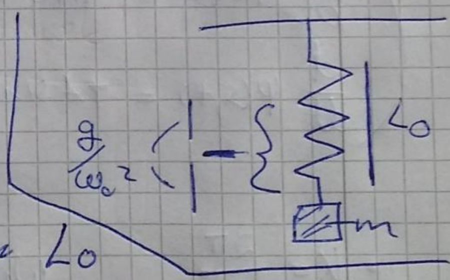
Lösung der Bewegungsgleichung:

(2.) $x(t) = A\cos(\omega_0 t) + B\sin(\omega_0 t)$ $\omega_0 = \sqrt{k/m}$

Beispiel: Auslenkung von Feder, an der Masse mit Gewicht m hängt:

$$m\ddot{x} = -kx + mg$$

$$\rightarrow \ddot{x} + \frac{k}{m}x = g$$



Anfangsbed.: $x(t=0) = L_0$

$\dot{x}(t=0) = 0\frac{m}{s}$

Allgemeine Lösung von $x(t)$:

$x_h(t) = A\cos(\omega_0 t) + B\sin(\omega_0 t)$ homogene Lö

$x_p = \frac{m}{k}g = \frac{g}{\omega_0^2}$ partikuläre

$\dot{x}(0) = L_0 \Rightarrow$ ~~A=L_0~~ $A + \frac{g}{\omega_0^2} = L_0 \Rightarrow A = L_0 - \frac{g}{\omega_0^2}$

$\dot{x}(0) = 0 \Rightarrow B = 0$

$$x(t) = \left(L_0 - \frac{g}{\omega_0^2}\right)\cos(\omega_0 t) + \frac{g}{\omega_0^2}$$

$$= L_0 \cos(\omega_0 t) + \frac{g}{\omega_0^2}\left(1 - \cos(\omega_0 t)\right)$$

Unterschiede Welle und Schwingung:

2 Wellen

Welle im Prinzip ganz viele Oszillatoren

Wellengleichung: 1 Dimensional

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi(x,t) - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\psi(x,t) = 0$$

$\frac{\partial}{\partial t} / \frac{\partial}{\partial x}$: partielle Ableitung! Unterschied zu totaler:

Spezielle Lösung: $\boxed{\psi(x,t) = A \cdot \cos(kx - \omega t)}$

$$\frac{\partial}{\partial t}\psi(x,t) = +A\sin(kx - \omega t)\cdot\omega$$

$$\frac{d}{dt}\psi(x,t) = +A\sin(kx - \omega t)\,\omega \underbrace{- A\sin(kx - \omega t)\,k\cdot\dot{x}}_{\text{Nachdiff.}}$$

- $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ Wellenzahl
- $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$ Kreisfrequenz

$$\frac{\omega}{k} = 2\pi f \cdot \frac{\lambda}{2\pi} = f\lambda = v$$