erienkurs – Vorlesung 3

eformierbare Körper, Flüssigkeiten, Gase

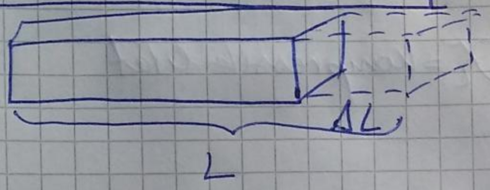
1. Deformierbare Körper

1.1. Hooke'sche Gesetz

$$\boxed{F_H = E \cdot A \cdot \frac{\Delta L}{L}}$$

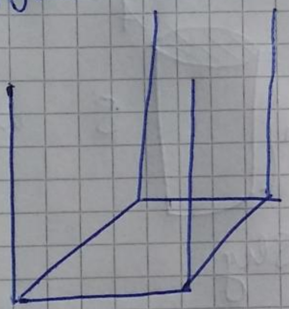
E: Elastizitätsmodul

A: Querschnitt



$\frac{\Delta L}{L}$ klein

Aufgabe dazu:



Arbeitsbühne

$l = 3m$

$E = 180\,000$ MPa

$m = 50kg$

$d = 2mm \Rightarrow A = \pi r^2 = \frac{\pi d^2}{4}$

- $F_g = F_H$

wegen 4 Seilen

$$\frac{1}{4} m \cdot g = \cancel{\frac{1}{4}} E \cdot A \cdot \frac{\Delta L}{L}$$

Alles bekannt bis auf ΔL

$$\rightarrow \Delta L = \frac{\cancel{1} mgL}{4\; EA} = \frac{\cancel{4} mgL}{E \pi d^2} = 6{,}5 \cdot 10^{-4} m$$

Zugspannung:

$$\sigma = F/A = \frac{E \cdot A \frac{\Delta L}{L}}{A} = E \cdot \frac{\Delta L}{L}$$

1.2. Querkontraktion (Käse!)

$$\Delta p = -K \cdot \frac{\Delta V}{V}$$ K – Kompressionsmodul

$$K = \frac{E}{3} \cdot \frac{1}{1-2\mu}$$ μ = Poissonzahl

E = Elastizitätsmodul

$$\mu = \frac{E}{2G} - 1$$ G = Torsionsmodul

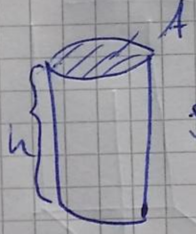
$$\varkappa = \frac{1}{K}$$ $\varkappa$ = Kompressibilität

Aufn Zettel und können!

---

2. Flüssigkeiten

2.1. Schweredruck

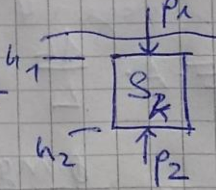


ϱ $m = \varrho \cdot h$

$$p = \frac{F}{A} = \frac{\varrho \cdot h \cdot A \cdot g}{A} = \varrho h g$$

$\boxed{p_S = \varrho \cdot h \cdot g}$ („Auch Höhendruck") „Annahme: inkompressi

2.2. Auftriebskraft / Abtriebs..



$F = m_K g - m_F g$ Why?

$F = -p_2 \cdot A + p_1 \cdot A + m_K \cdot g$

ϱ_K: Dichte von Körpe

ϱ_W: Dichte von Wasse

$= -\varrho_W h_2 A g + \varrho_W h_1 A \cdot g + m_K g$

$m_K = \varrho \cdot V_K$

$$\boxed{F_A = \varrho_K V_K g - \varrho_W V_K g} = V_K g (\varrho_K - \varrho_W)$$

mit $V_K = (h_2 - h_1) \cdot A$

2.3. Kontinuitätsgleichung (wichtiges Prinzip!)

- Elektrodynamik
- Quantenmechanik
- ...

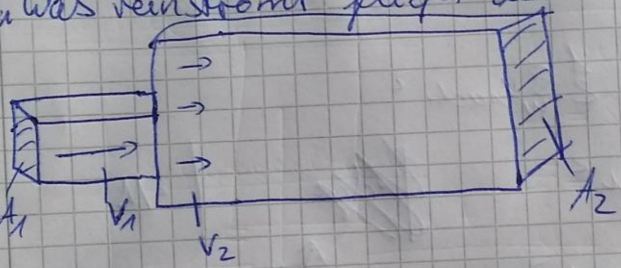
$$\underbrace{\int \vec{j}\, d\vec{F}}_{\text{Was rausströmt}} = \underbrace{\frac{dM}{dt}}_{\text{Änderung der Gesamtmasse}}$$

Blablabla „Satz von Gauss"

Mit ein wenig Mathematik:

$A_1 V_1 = A_2 V_2$ — Inkompressibel Flüssigkeit

„Was reinströmt fließt auch wieder raus!"



„Beschreibt Ände der Geschwin ~~...~~ bei Änderung des Rohrdurchmes

$A_2 > A_1$ $\Rightarrow$ $V_1 > V_2$

~~$V_1 > V_2$~~ ~~$V_2 > V_1$~~

es war spät... sehr spät.

2.4. Bernoulli-gleichung

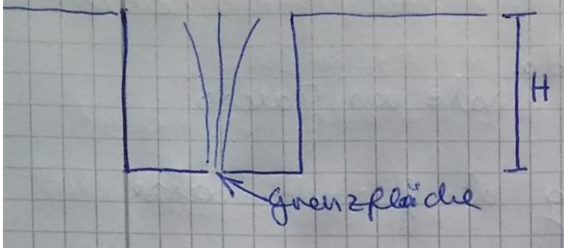
$$\boxed{p + \frac{1}{2}\rho v^2 = \text{const.}}$$

Irgendeine uninteres Konstante

„normaler" Druck — „Staudruck"

„Beschreibt Druck und Geschwindigkeit von Flüssigkeiten an Grenzflächen!"

Beispiel: Loch im ~~Lebe~~ Eimer:



Wie hoch spritzt das Wasser?

~~Erster~~ $p_{vorher} + \frac{1}{2} \rho_W \cdot v_{vorher}^2 = p_{nach} + \frac{1}{2} \rho_W \cdot v_{nach}^2$

$p_{vorher} \uparrow p_0 + \rho_W \cdot g \cdot h$; $v_{vorher} \uparrow 0$; $p_{nach} \uparrow p_0$; $v_{nach} \uparrow$ gesucht

- $p_0 + \rho_W g h = p_0 + \frac{1}{2} \rho_W v_{nach}^2$
- $g \cdot h = \frac{1}{2} v_{nach}^2$ $\quad | \cdot m$
- $mgh = \frac{1}{2} m v_{nach}^2$

Muss nicht math. genau sein

$\Rightarrow$ Wasser kommt genau bis auf Höhe der Wasseroberfläche!

Woher kommt diese Energie?

$\rightarrow$ Im Wasserbecken sinkt Pegel

$\rightarrow$ E_{pot} geht verloren

$\rightarrow$ E_{kin} kann in spritzendes Wasser gehen!

3. Gase – Ideale Gase

Ideales Gas: – keine Eigenausdehnung
– keine Wechselwirkung
– keine inelastischen Stöße
~~– $E_{kin} > E_{pot}$ (für äußere Kräfte)~~

3.1. Ideale Gasgleichung

$$\boxed{p \cdot V = nRT}$$

p: Druck
V: Volumen
n: Stoffmenge [n] = mol
$R = 8{,}31 \frac{J}{mol \cdot K}$ Gaskonst.
T: Temperatur [T] = K ≠ °C

$$\boxed{p \cdot V = N_A k_b \cdot T}$$

N_A: Avogadro-Konst.
$= 6{,}022 \cdot 10^{23} \frac{1}{mol}$
$k_b = 1{,}38 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$

„Analoge Formen; Teilchenanzahl ≠ Stoffmenge"

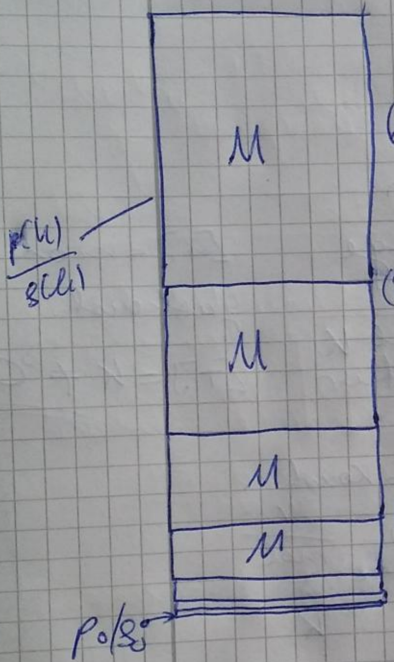
3.2. Kompressibilität

$\chi = \frac{1}{p}$ p: Druck

3.2. Barometrische Höhenformel:

$$\boxed{p(z) = p_0 \cdot e^{\frac{-g z \rho_0}{p_0}}}$$

Gegensatz zu Hydrostatischem Schweredruck: Kompressibilität.



Betrachte Luftsegmente:

(1.) • $dp = -\rho \cdot g \cdot dh$ (Minus: $g > 0$)

$p \cdot V = \text{const.}$ Ideale Gasgleich.

(2) $\Rightarrow \frac{p}{\rho} \cdot M = \text{const.} = \frac{p_0}{\rho_0} M$

• Betrachte nun diese Luftschichten für beliebig kleine Massen:

(2) $\frac{p}{\rho} = \frac{p_0}{\rho_0} \Rightarrow \rho = p \cdot \frac{\rho_0}{p_0}$

• Kombiniere (1.) und (2.)

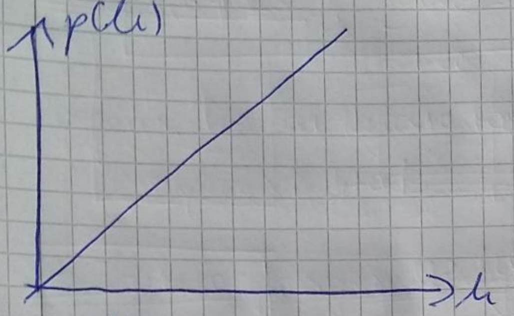
$$dp = -p \cdot \frac{\rho_0}{p_0} g \, dh' \quad \Big| :p$$

$$\frac{dp}{p} = -\frac{\rho_0}{p_0} g \, dh' \quad \Big| \int$$

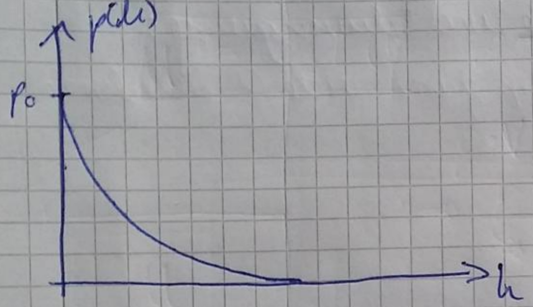
• $\int_{p_0}^{p(h)} \frac{dp}{p} = \int_0^h -\frac{\rho_0}{p_0} g \, dh' = -h \frac{\rho_0}{p_0} g$

$$\int_{p_0}^{p(h)} \frac{dp}{p} = \ln(p(h)) - \ln(p_0) = \ln\left(\frac{p(h)}{p_0}\right)$$

e^x $\Rightarrow$ $\boxed{p(h) = p_0 \cdot \exp\left(-h \rho_0 g \frac{1}{p_0}\right)}$



Hydrostatik, geht nach unte



Barom. Höhenformel, geht nach o

Folgerung für $\rho(h)$:

$$\frac{p}{\rho} = \text{const} = \frac{p_0}{\rho_0} \qquad p = p_0 \cdot \exp\left(-\frac{h \rho_0 g}{p_0}\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{\rho(h) = \rho_0 \exp\left(\frac{-h \rho_0 g}{p_0}\right)}$$

<u>Dichte nimmt nach selben Muster ab!</u>