

FERIENKURS EXPERIMENTALPHYSIK 4

2011

Übung 3

1. Spinresonanz

- a) Welche Frequenz ist nötig, um in einem Magnetfeld von 10^{-1} T Elektronen-Spin-Übergänge von der parallelen zur antiparallelen Ausrichtung zu induzieren?
- b) Zur medizinischen Bildgebung werden Patienten in der Kernspinresonanztomographie in ein starkes äußeres Magnetfeld von etwa 3 T gebracht, wo die im körpereigenen Wasser gebundenen Protonen ($I = 1/2$) zwei verschiedene Energieniveaus für ihre Kernspins erfahren. Welche Energie müssen hier eingestrahlte Photonen haben, um einen Übergang zu induzieren? Vergleichen Sie das kurz mit typischer Röntgenstrahlung!

2. Zeeman-Effekt

Die Spektrallinien, die dem Übergang $3p \leftrightarrow 3s$ der sogenannten D-Linie bei Natrium entsprechen, haben die Wellenlängen $\lambda_2 = 5895.9\text{\AA}$ und $\lambda_1 = 5889.6\text{\AA}$.

Bestimmen Sie die Magnetfeldstärke, bei der das unterste Zeeman-Niveau des Terms ${}^2P_{3/2}$ mit dem obersten Niveau des Terms ${}^2P_{1/2}$ zusammenfallen würde, wenn die Bedingungen für den anomalen Zeeman-Effekt noch erfüllt wären.

3. Paschen-Back-Effekt

- a) Wasserstoffatome befinden sich in einem Magnetfeld $B = 4.5$ T. Wird bei dieser Feldstärke die Aufspaltung der H_α -Linie ($n = 3 \rightarrow n = 2$) durch den anomalen Zeeman-Effekt oder den Paschen-Back-Effekt verursacht? (Die Spin-Bahn-Aufspaltung zwischen den Termen $3^2p_{1/2}$ und $3^2p_{3/2}$ des Wasserstoffatoms beträgt 0.108 cm^{-1} .)
- b) Bestimmen Sie die spezifische Ladung e/m des Elektrons, wenn die Frequenzaufspaltung zwischen zwei benachbarten Komponenten $6.29 \cdot 10^{10}$ Hz beträgt. Die Feinstruktur kann vernachlässigt werden.

4. **Helium I** Zeigen Sie, dass sich für den Grundzustand von Helium

$$\Psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \Psi_{100}(r_1)\Psi_{100}(r_2)$$

mit $\Psi_{100} = Ae^{-\frac{Zr}{a}}$ (A: Normierungskonstante) eine Gesamtenergie von

$$E_1 = -108,8\text{eV} = -2Z^2 \cdot 13,6\text{eV} = -2Z^2 E_{H1}$$

ergibt, bzw. dass $\Psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ die Schrödingergleichung mit

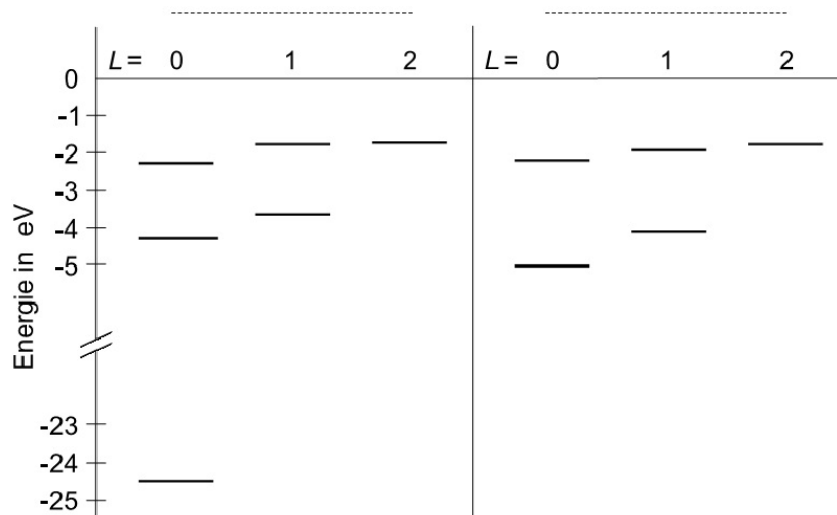
$$\hat{H} = \left\{ -\frac{\hbar^2}{2m_e} \nabla_{r_1}^2 - \frac{Z e^2}{4\pi\epsilon_0 r_1} \right\} + \left\{ -\frac{\hbar^2}{2m_e} \nabla_{r_2}^2 - \frac{Z e^2}{4\pi\epsilon_0 r_2} \right\}$$

und $E = E_1$ löst ($a = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{m_e e^2}$).

(Hinweis: $\nabla^2(f(r, \vartheta, \Phi)) = \Delta(f(r, \vartheta, \Phi)) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \frac{\partial f}{\partial r}) + \frac{1}{r^2 \sin\vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} (\sin\vartheta \frac{\partial f}{\partial \vartheta}) + \frac{1}{r^2 \sin^2\vartheta} \frac{\partial^2 f}{\partial \Phi^2}$)

5. **Helium II**

- a) Die folgende Abbildung zeigt einen Ausschnitt aus dem Termschema des Heliumatoms für die niedrigsten Energieniveaus. Beschriften Sie die Energieniveaus vollständig mit den entsprechenden spektroskopischen Symbolen (Feinstrukturaufspaltung wird vernachlässigt) und benennen sie die beiden Heliumsysteme.



- b) Erläutern Sie den Unterschied zwischen dem Triplett- und dem Singulett-System des Heliumatoms. Welches der beiden Systeme weist für $L \neq 0$ Feinstrukturaufspaltung auf?

- c) Warum gibt es keinen 1^3S_1 -Zustand, wenn sich beide Elektronen im 1s-Orbital befinden?
- d) Warum werden die Übergänge $2^1S_0 \rightarrow 1^1S_0$ und $2^3S_1 \rightarrow 1^1S_0$ nicht beobachtet?

6. Entartung und Grundzustand Geben Sie zu folgenden Atomen in deren Grundzustandskonfiguration den Grad der Entartung, sowie den Spektralterm des jeweiligen Grundzustandes an:

B, N, F, Mg, Al, K, Fe, Cr (= (Ar)(4s)(3d)⁵).

7. Spektralterm

- a) Welche Spektralterm sind für die Grundzustandskonfiguration folgender Atome möglich: Si, Al? Welche für die Konfigurationen Be: (He)(2s)(2p); Ca: (Ar)(4s)(3d)?
- b) In welche Spektralterm und Multipletts zerfällt die Konfiguration von Kohlenstoff $(1s)^2(2s)^2(2p)(3p)$? Welche Dimension hat also diese Konfiguration?

8. Spektrale Übergänge

- a) Betrachten Sie Titan in der Konfiguration (Ar)(4s)²(3d)(4p). Welche Spektralterm sind hier möglich? Erstellen sie hiermit ein qualitatives Termschema, indem sie annehmen, dass die Energie mit steigendem L ansteigt. Vernachlässigen sie hierbei die Feinstrukturaufspaltung.
- b) Betrachten Sie nun die zwei Energieniveaus mit der höchsten Energie im Triplettssystem unter Berücksichtigung der LS -Kopplung und zeichnen Sie dann die möglichen spektralen Übergänge zwischen diesen Niveaus ein.
- c) Ein schwaches externes Magnetfeld werde nun hinzu geschaltet. Betrachten sie nun das F -Niveau mit $J = 3$ und das D -Niveau mit $J = 2$ und skizzieren sie deren Aufspaltung im Magnetfeld? Welche Übergänge sind hier erlaubt?