

FERIENKURS EXPERIMENTALPHYSIK 4
2012

Übung 2

1. Ermitteln Sie für $l = 1$
 - a) den Betrag des Drehimpulses $|\vec{L}|$
 - b) die möglichen Werte von m_l
 - c) Zeichnen Sie ein maßstabsgerechtes Vektordiagramm, aus dem die möglichen Orientierungen von \vec{L} relativ zur z-Achse hervorgeht
2. Ermitteln Sie für einen Zustand mit $l = 2$
 - a) das Betragsquadrat L^2 des Drehimpulses
 - b) den Maximalwert von L_z^2
 - c) den kleinstmöglichen Wert von $L_x^2 + L_y^2$
3. Berechnen Sie für den Grundzustand des Wasserstoffatoms die Wahrscheinlichkeit, das Elektron im Intervall $\Delta r = 0.03a_0$ anzutreffen, bei
 - a) $r = a_0$
 - b) $r = 2a_0$
4. Die Funktion für die radiale Wahrscheinlichkeitsverteilung bei einem Ein-Elektron-Atom im Grundzustand kann geschrieben werden als $W(r) = Cr^2 e^{-\frac{2Zr}{a_0}}$, wobei C eine Konstante ist. Zeigen Sie, dass $W(r)$ bei $r = a_0/Z$ maximal ist.
5. Zeigen Sie, dass für die Hauptquantenzahl n im Wasserstoffatom die Anzahl der möglichen Zustände gleich $2n^2$ ist.
6. Die potentielle Energie eines magnetischen Moments $\vec{\mu}$ in einem äußeren Magnetfeld \vec{B} ist $E_{pot} = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$.
 - a) Berechnen Sie die Energiedifferenz zwischen den beiden möglichen Orientierungen eines Elektrons im Magnetfeld $B = 1.2\text{T}$
 - b) Wenn dieses Elektron mit Photonen beschossen wird, deren Energie gleich dieser Energiedifferenz ist, dann kann ihr Spin umklappen. Ermitteln Sie die Wellenlänge der Photonen, die solche Übergänge bewirken können. Dieses Phänomen nennt man Elektronenspinresonanz.

7. Stern-Gerlach-Experiment: Bei Silber im Grundzustand befindet sich das 5s-Elektron als einziges in einer nicht abgeschlossenen Schale. Ein Strahl von Silberatomen durchlaufe nun das Feld eines inhomogenen Stern-Gerlach Magneten in x-Richtung. Das Feld sei dabei durch:

$$\vec{B}(\vec{r}) = B_0\vec{e}_x + B_0\vec{e}_y + z \cdot 10^3 \frac{\text{T}}{\text{m}}\vec{e}_z \quad (1)$$

gegeben. In Richtung des Atomstrahls habe es eine Ausdehnung von $l_1 = 4\text{cm}$, der Auffangschirm steht im Abstand $l_2 = 10\text{cm}$ vom Magneten entfernt.

- a) Berechnen Sie die Komponente des magnetischen Moments in Richtung der Inhomogenität des Magnetfeldes, wenn die Aufspaltung des Strahls auf dem Schirm zu $d = 2\text{mm}$ und die Geschwindigkeit der Atome zu $v_x = 500\text{m/s}$ gemessen wurde. Die durchschnittliche Masse von Silberatomen beträgt $m = 1,79 \cdot 10^{-25}\text{kg}$.
 - b) Wie kann man mit diesem Experiment den g-Faktor des Elektrons bestimmen? Berechnen Sie ihn!
 - c) Warum stört der Kernspin der Silberkerne das Experiment nicht wesentlich?
8. a) Charakterisieren Sie den Zustand eines $3d_{5/2}$ - und eines $3d_{3/2}$ -Elektrons durch die Quantenzahlen n, l und j
- b) Atome mit einem $3d_{3/2}$ -Leuchtelektron werden durch eine Stern-Gerlach Apparatur geschickt. Der für die Strahlaufspaltung verantwortliche Drehimpuls dieser Atome sei gleich dem Gesamtdrehimpuls des Leuchtelektrons. Wie viele Teilstrahlen ergeben sich nach dem Durchlaufen der Apparatur?
9. Betrachten Sie ein Wasserstoffatom, dessen Elektron sich in einem 3d-Zustand befindet, gemäß der Schrödingertheorie.
- a) Geben Sie an, in welche Niveaus der 3d-Zustand bei Berücksichtigung der LS-Kopplung aufspaltet
 - b) Die Energieverschiebung der Niveaus sei gegeben durch $\Delta E = a(\vec{l} \cdot \vec{s})$. Berechnen Sie die neuen Energieniveaus mit dieser Konstante a und skizzieren Sie die beiden neuen Zustände relativ zum ursprünglichen 3d-Zustand!

10. Wasserstoffähnlich nennt man Ionen, welche nur ein Elektron haben. Ihre Feinstruktur wird analog zum Wasserstoff beschrieben.
- Zeigen Sie, dass der Korrekturterm für die Feinstruktur und die relativistische Korrektur zu keinem möglichen Wert der Quantenzahlen n und j verschwindet, sondern stets zu einer Absenkung der Energie, also zu einer stärkeren Bindung führt.
 - Das einfach ionisierte Helium ist ein wasserstoffähnliches Atom. In wie viele Energieniveaus spalten die Terme des einfach ionisierten Heliums, die zu den Hauptquantenzahlen $n = 3$ und $n = 4$ gehören, durch die Feinstruktur-Wechselwirkung auf? Berechnen Sie die Aufspaltung.
 - Berechnen Sie die Energie der unverschobenen Niveaus und die Verschiebung relativ dazu! Für welches n und welches j entsteht die größte Verschiebung?
11. Die Hyperfeinstruktur beschreibt eine weitere Aufspaltung magnetischer Zustände, die analog zur Spin-Bahn-Kopplung durch die Kopplung des magnetischen Moments $\vec{\mu}_j$ mit dem des Kernspins $\vec{\mu}_I$ entsteht.
- Schätzen Sie das Verhältnis $\frac{\Delta E_{HFS}}{\Delta E_{FS}}$ der Hyperfeinaufspaltung zur Spin-Bahn-Kopplung ab.
 - Der Grundzustand von Deuterium ist in zwei Hyperfeinniveaus mit $F = 1/2$ und $F = 3/2$ aufgespalten. Welchen Wert muss entsprechend die dem Deuterium zugeordnete Spinquantenzahl I haben?
 - In welche Hyperfeinzustände spaltet das $p_{3/2}$ -Niveau des Deuteriums auf, wenn Sie vom vorher ermittelten I ausgehen?