

# Ferienkurs Elektrodynamik

Ausbreitung Elektromagnetischer Wellen

Stand: 21. März 2012

## Übungsblatt WS11/12

### 1. Zirkular polarisierte Welle

Eine im Vakuum in x-Richtung laufende, zirkular polarisierte Welle wird durch das elektrische Feld:

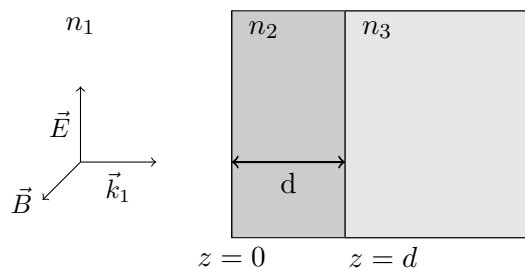
$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \Re[f(x - ct)(\vec{e}_y + i\vec{e}_z)] \quad (0.1)$$

beschrieben werden, wobei  $\vec{e}_{y,z}$  Einheitsvektoren in y- und z-Richtung sind und f eine beliebige komplexwertige Funktion darstellt.

Ermitteln sie aus den Maxwell-Gleichungen das zugehörige Magnetfeld. Berechnen sie die Energiedichte und die Energiestromdichte  $\vec{B}(\vec{r}, t)$ .

### 2. Brechung einer elektromagnetischen Welle

Eine ebene Welle der Frequenz  $\omega$  falle senkrecht auf die in der nebenstehenden Abbildung gezeigte Zwischenschicht. Die Brechungsindizes der nichtmagnetischen Medien (ohne Oberflächenladung und Strömen) seien  $n_1$ ,  $n_2$  und  $n_3$ . Die Dicke der Zwischenschicht sei d, während die anderen beiden Medien jeweils einen Halbraum ausfüllen. Berechnen sie die Reflexions- und Transmissionskoeffizienten.



Gehen sie dabei folgendermaßen vor:

- Bestimmen sie  $\vec{E}$  und  $c \cdot \vec{B}$  für die drei Raumbereiche. Mehrfache Reflexionen und Transmissionen werden nicht berücksichtigt. Das dritte Medium hat in Richtung z keine Begrenzung mehr.
- Stellen sie die Randbedingungen für  $\vec{E}$  und  $\vec{B}$  auf.
- Wie würden sie weiterhin vorgehen um die Transmission und Reflexion zu berechnen? Reflexion.

### 3. Allgemeine Lösung der Wellengleichung

Zeigen sie, dass jede zweimal differenzierbare Funktion der Gestalt  $f(x - ct)$  oder  $f(x + ct)$

die (eindimensionale, homogene) Wellengleichung löst.

#### 4. Gauss'sches Wellenpaket

Die Amplitudenverteilung eines Wellenpakets lasse sich mit einer Gaußverteilung beschreiben.

$$A(k) = \frac{1}{\Delta k \sqrt{2\pi}} e^{\left(-\frac{k'-k_0}{\sqrt{2}\Delta k}\right)^2} \quad (0.2)$$

Berechnen sie die Fouriertransformierte um die Welle im Ortsraum zu betrachten. (Quadratische Ergänzung!)

#### 5. Ebene elektromagnetische Welle

Betrachten sie eine ebene elektromagnetische Welle im Vakuum, gegeben durch:

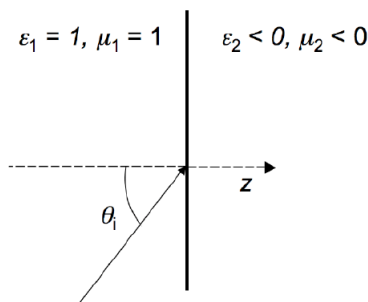
$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_0 e^{i(\vec{k}\vec{r}-\omega t)} \quad \vec{B}(\vec{r}) = \vec{B}_0 e^{i(\vec{k}\vec{r}-\omega t)} \quad (0.3)$$

wobei  $\vec{E}_0$  und  $\vec{B}_0$  komplexe Größen sein können. Es gilt  $|k| = \frac{\omega}{c}$ .

- a) Zeigen sie, dass die angegebenen Felder  $\vec{E}$  und  $\vec{B}$  Lösungen der homogenen Maxwellgleichungen sind.
- b) Zeigen sie, dass die Wellen transversal sind. (Was heißt das?)

#### 6. Ebene elektromagnetische Welle

Wir betrachten eine elektromagnetische Welle in einem Material mit reeltem, negativen  $\epsilon_2$  und  $\mu_2$



- a) Argumentieren sie ausgehend von den Maxwellgleichungen, dass der Wellenvektor  $\vec{k}$  antiparallel zum Poynting-Vektor  $\vec{S}$  der Welle steht. Die Formel aus der Vorlesung kann dabei verwendet werden.
- b) Betrachten Sie nun eine elektromagnetische Welle, die aus dem Vakuum auf eine planare Grenzfläche zu diesem Material trifft. Bestimmen sie mit dem Gesetz von Snellius den Winkel, den die transmittierte Welle zur Grenzfläche bildet.
- c) Die einfallende Welle sei senkrecht zur Einfallsebene polarisiert. Zeigen sie ausgehend

von den Stetigkeitsbedingungen, die an der Grenzfläche gelten, dass für das Verhältnis der Amplituden des elektrischen Feldes der einfallenden und transmittierten Welle gilt:

$$\frac{E_{0t}}{E_{0i}} = \frac{2 \cos \theta_i}{\cos \theta_i - \frac{1}{\mu_2} \sqrt{n_2^2 - \sin^2 \theta_i}} \quad (0.4)$$