

Aufgabe 1 *Der goldene Leiter*

- a) Für den Widerstand eines Drahtes folgt:

$$R = \frac{L}{\sigma A}$$

Nun benutzt man noch folgenden Zusammenhang:

$$V = AL \rightarrow R = \frac{L^2}{\sigma V} \rightarrow L = \sqrt{R\sigma V} = 1,5m$$

- b) Die thermische Leistung ist gegeben durch:

$$P = \frac{U^2}{R} = 1W$$

Nun braucht man noch eine Bedingung für die Schmelze:

$$P\Delta t = cm\Delta T \text{ mit } m = \rho V \text{ folgt endgültig:}$$

$$\Delta t = \frac{c\rho V\Delta T}{P} = 137s$$

Aufgabe 2 *Ebene Wellen*

- a) $k_x = k_y = 0, k_z = \frac{\omega}{c}$
 b) $E_x = E_z = 0, E_y = E_0 \cos(\omega t - k_z z)$
 c) $B_x = -\frac{E_0}{c} \cos(\omega t - k_z z), B_y = B_z = 0$
 d) $\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$

$$S_x = S_y = 0, S_z = \frac{1}{\mu_0 c} E_0^2 \cos^2(\omega t - k_z z)$$

- e) Die Intensität die die Mittelung des Poynting-Vektors:

$$I = \langle S \rangle = \frac{1}{\mu_0 c} E_0^2 \langle \cos^2(\omega t - k_z z) \rangle = \frac{1}{2\mu_0 c} E_0^2$$

Aufgabe 3 *Luftpumpe*

a) $V_1 = \left(\frac{d}{2}\right)^2 L\pi = 566cm^3$

$$V_2 = \left(\frac{d}{2}\right)^2 (L - x)\pi = 440cm^3 [0,5]$$

schnell \rightarrow adiabatisch:

$$pV^\gamma = const \text{ und } pV = nRT$$

$$\rightarrow TV^{\gamma-1} = const [1]$$

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$$

$$\rightarrow T_2 = \frac{T_1 V_1}{\gamma-1 V_2^{\gamma-1}}$$

wir haben ein ideales, einatomiges Gas: $\gamma = \frac{5}{3} [0,5] \rightarrow T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\frac{2}{3}} = 350K$

b) $T_3 = 296K$

$$\frac{p_2 V_2}{T_2} = \frac{p_3 V_3}{T_3} = \text{const} = nR [0,5]$$

$$\rightarrow p_3 = p_2 \frac{V_2 T_3}{V_3 T_2} [0,5]$$

Kolben festgehalten $\rightarrow V_2 = V_3 \rightarrow p_3 = 1303 \text{mbar} [0,5]$

c) $p_4 = p_1, V_3 = V_2$ adiabatische Expansion

$$\rightarrow p_3 V_3^\gamma = p_4 V_4^\gamma [1]$$

$$V_4 = V_3 \left(\frac{p_3}{p_4} \right)^{\frac{3}{5}} = 512 \text{cm}^3 [0,5]$$

$$T_4 = T_3 \left(\frac{V_3}{V_4} \right)^{\gamma-1} = 268K [0,5]$$

d) $p = \text{const} \rightarrow \frac{V}{T} = \text{const} [0,5]$

$$T_5 = 296K$$

$$V_5 = V_4 \left(\frac{T_5}{T_4} \right) = 566 \text{cm}^3 [1]$$

Aufgabe 4 beheizbares Zimmer

a) Stickstoff ist ein 2 atomiges Gas:

$$\rightarrow U = \frac{5}{2} nRT$$

Da die Molzahl n unbekannt ist:

$$n = \frac{pV}{RT} \rightarrow U = \frac{5}{2} pV = 19 \text{MJ} [2]$$

b) Aus a) folgt das die Energie nicht von der Temperatur abhängt. Die Energie ist also gleich. [1]

c) Die isobare Wärmekapazität von idealen 2 atomigen Gasen ist:

$$C_p = \frac{7}{2} nR$$

Da n im Fall des Zimmers eine Funktion von T ist (vgl. Teil a), folgt daraus nicht:

$$\Delta Q = \frac{7}{2} nR \Delta T$$

sondern man muss die korrekte infinitesimale Version mit $n=n(T)$ integrieren:

$$dQ = \frac{7}{2} n(T) R dt \text{ mit } n(T) = \frac{pV}{RT} \rightarrow dQ = \frac{7}{2} pV \frac{dT}{T} \rightarrow \Delta Q = \frac{7}{2} pV \int_{T_0}^{T_1} \frac{dT}{T} = \frac{7}{2} pV \ln \left(\frac{T_1}{T_0} \right) = 550 \text{kJ} [2]$$

Aufgabe 5 Hertzscher Dipol

a) Der Poynting-Vektor gibt die abgestrahlte Leistung an:

$$\vec{S} = \epsilon_0 c^2 \vec{E} \times \vec{B} [1]$$

$$\rightarrow \vec{S} = \epsilon_0 c^2 E_\theta \vec{e}_\theta \times B_\phi \vec{e}_\phi = -\epsilon_0 c^2 E_\theta B_\phi \vec{e}_r [1]$$

E_θ und B_ϕ sind von der Form:

$$E_\theta = \frac{\alpha}{r} \sin \theta \sin(\omega t - kr), B_\phi = -\frac{\beta}{r} \sin \theta \sin(\omega t - kr)$$

$$\rightarrow \vec{S} = \epsilon_0 c^2 \frac{\alpha\beta}{r^2} \sin^2 \theta \sin^2(\omega t - kr) \vec{e}_r$$

und somit das zeitliche Mittel:

$$\langle \vec{S} \rangle = \frac{1}{2} \epsilon_0 c^2 \frac{\alpha\beta}{r^2} \sin^2 \theta \vec{e}_r [1]$$

Das Integral über die im Ursprung zentrierte Sphäre mit Radius r ist:

$$\int_0^\pi d\theta \int_0^{2\pi} d\phi r^2 \sin\theta \vec{e}_r \langle S \rangle = \pi \epsilon_0 c^2 \alpha\beta \int_0^\pi d\theta \sin^3 \theta = \frac{4\pi}{3} \epsilon_0 c^2 \alpha\beta [1]$$

Also:

$$\bar{P} = \frac{4\pi}{3} \epsilon_0 c^2 \frac{J_0^2 L^2 \omega^2}{16\pi^2 \epsilon_0^2 c^5} = \frac{J_0^2 L^2 \omega^2}{12\pi \epsilon_0 c^3} [1]$$

b) Die momentane Wärmeleistung eines Ohmschen Widerstandes ist $P = RI^2$. Mit $I(t) = I_0 \sin(\omega t)$:

$$\bar{P} = RI_0^2 \sin^2(\omega t) = \frac{1}{2} RI_0^2 [1]$$

Dies soll nur gleich der in a) berechneten abgestrahlten Leistung des Sender sein:

$$\frac{1}{2} RI_0^2 = \frac{I_0^2 L^2 \omega^2}{12\pi \epsilon_0 c^3} \rightarrow R = \frac{L^2 \omega^2}{6\pi \epsilon_0 c^3}$$

Mit $\omega = kc = 2\pi c/\lambda$:

$$R = \frac{2\pi}{3\epsilon_0 c} \left(\frac{L}{\lambda}\right)^2 = 791\Omega \left(\frac{L}{\lambda}\right)^2 [1]$$

Aufgabe 6 Stromdurchflussener Draht

a) $B(r) = \frac{\mu_0 I(t)}{2\pi r} = \frac{\mu_0 I_0 (1 - e^{-at})}{2\pi r} [1]$

b) Fluß durch die Leiterschleife:

$$\Phi(t) = \int \int B(r, t) dA = d \int_d^{2d} B(r, t) dr = \frac{d\mu_0 I(t)}{2\pi} \int_d^{2d} \frac{1}{r} dr = \frac{\ln(2)}{2\pi} d\mu_0 I_0 (1 - e^{-at}) [2]$$

Induzierte Spannung:

$$U_{ind}(t) = \left| \frac{d\Phi(t)}{dt} \right| = \frac{\ln(2)}{2\pi} ad\mu_0 I_0 e^{-at} [1]$$

c) der induzierte Strom in der Leiterschleife ergibt sich:

$$I_{ind}(t) = \frac{\ln(2)}{2\pi R} ad\mu_0 I_0 e^{-at} [1]$$

Obere und untere Kante liefern keinen Beitrag, nur die Kanten:

$$F(t) = dI_{int}(t)[B(r=d, t) - B(r=2d, t)] = \frac{\ln(2)}{2\pi R} ad^2 \mu_0 I_0^2 e^{-at} (1 - e^{-at}) \left[\frac{1}{2\pi d} - \frac{1}{2\pi 2d} \right] = \frac{\ln(2)}{8\pi^2 R} ad\mu_0^2 I_0^2 e^{-at} (1 - e^{-at}) [2]$$