

Ferienkurs Experimentalphysik II

Elektrodynamik - Übungen

Lennart Schmidt, Steffen Maurus

07.09.2011

Aufgabe 1:

Leiten Sie aus der integralen Formulierung des Induktionsgesetzes,

$$U_{ind} = -\frac{d}{dt} \int_A \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} , \quad (0.1)$$

die differentielle Formulierung her.

Welcher wichtige Unterschied bezüglich der Aussagekraft besteht zwischen diesen beiden Formulierungen?

Aufgabe 2:

Berechnen Sie die Impedanzen einer Spule der Induktivität L , Z_L , und eines Kondensators der Kapazität C , Z_C . Betrachten Sie dazu jeweils einen Stromkreis mit Spannungsquelle und Spule bzw. Kondensator.

Aufgabe 3:

Zeigen Sie, dass $|\mathbf{S}| \equiv |\mathbf{E} \times \mathbf{H}| = cw_{em}$ ist, wobei $w_{em} = w_{el} + w_{magn}$ die Energiedichte des elektromagnetischen Feldes ist.

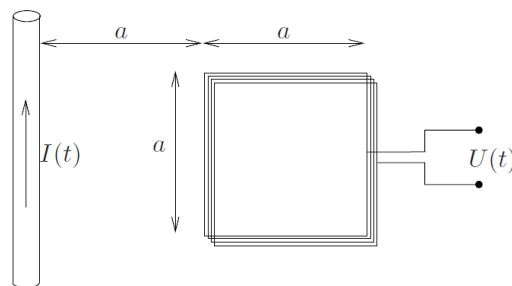
Aufgabe 4:

Leiten Sie die Wellengleichung für das elektrische Feld im Vakuum aus den entsprechenden Maxwell-Gleichungen her.

Hinweis: $\nabla \times (\nabla \times \mathbf{F}) = \nabla \cdot (\nabla \cdot \mathbf{F}) - \Delta \mathbf{F}$

Aufgabe 5:

Betrachten Sie die abgebildete Messanordnung, bestehend aus einem geraden Leiterdraht und einer flachen quadratischen Spule, die sich in der Ebene des Drahtes befindet. Im Draht fließt der Wechselstrom $I(t) = I_0 \cos \omega t$. Berechnen Sie $U(t)$ für $a = 5\text{cm}$, $N = 1000$ Windungen, $I_0 = 10\text{A}$ und $f = 60\text{Hz}$. Nehmen Sie an, dass der Draht unendlich lang ist und verschwindenden Querschnitt hat. Sie brauchen sich über die Vorzeichen keine Gedanken zu machen. Die magnetische Feldkonstante ist $\mu_0 = 12.57 \cdot 10^{-7} \text{Vs/Am}$.

**Aufgabe 6:**

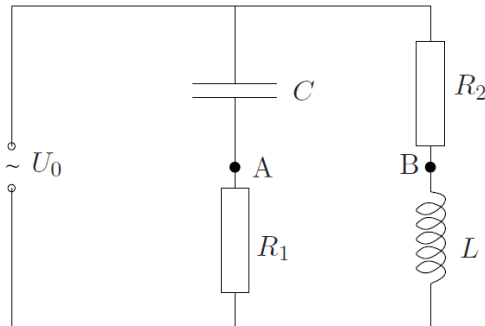
Betrachten Sie den in der Abbildung dargestellten Stromkreis. Die Spannungsquelle liefert die Wechselspannung $U(t) = U_0 e^{i\omega t}$. Der Strom den die Quelle in den Kreis schickt,

ist dann $I(t) = I_0 e^{i\omega t}$ (U_0 und I_0 sind komplex).

(a) Welchen Wert hat I_0 als Funktion der Frequenz ω , der Spannungsamplitude U_0 und der Parameter R_1, R_2, C, L ?

(b) Zeigen Sie, dass zwischen den Punkten A und B keine Spannung herrscht, wenn die Beziehung $R_1 R_2 = L/C$ erfüllt ist.

Hinweis: Rechnen Sie mit komplexen Widerständen.



Aufgabe 7:

In Kugelkoordinaten stellt die sphärische Welle

$$\mathbf{E}(t, \mathbf{r}) = \frac{\alpha}{r} \sin \theta \cos(\omega t - kr) \mathbf{e}_\theta, \quad \mathbf{B}(t, \mathbf{r}) = \frac{\beta}{r} \sin \theta \cos(\omega t - kr) \mathbf{e}_\phi \quad (0.2)$$

mit $\alpha = \beta c$ das Fernfeld eines Hertzschen Dipols dar. Berechnen Sie die mittlere Leistung, die von diesem Dipol durch die Halbsphäre $0 \leq \theta \leq \pi/2$, $r = 1\text{km}$ gestrahlt wird, wenn α den Wert 100V hat. Die elektrische Feldkonstante ist $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{C}^2/\text{Jm}$.

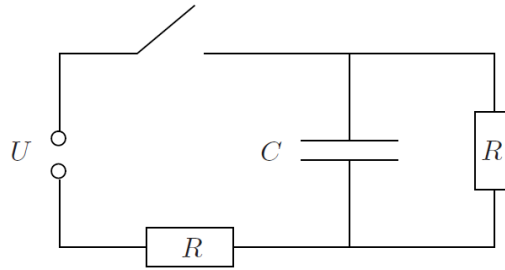
Hinweis: $\int_0^{\pi/2} d\theta \sin^3 \theta = 2/3$.

Aufgabe 8:

Betrachten Sie die skizzierte Schaltung aus einem Kondensator C und zwei identischen Widerständen R . Für $t < 0$ sei der Schalter geöffnet und der Kondensator ungeladen. Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird der Schalter geschlossen und die Schaltung mit der Spannungsquelle der konstanten Spannung U verbunden.

(a) Wie groß ist der Gesamtstrom im Stromkreis unmittelbar nach dem Schließen des Schalters? Wie groß ist die Ladung des Kondensators und der Gesamtstrom im Stromkreis für sehr große Zeiten?

(b) Berechnen Sie für $t > 0$ den Gesamtstrom im Stromkreis und die Ladung des Kondensators als Funktion der Zeit, indem Sie eine geeignete Differentialgleichung aufstellen und lösen.



Aufgabe 9:

Der Sendedipol einer Mondlandefähre erzeugt elektromagnetische Wellen, deren maximale elektrische Feldstärke im Abstand $r_1 = 400\text{m}$ senkrecht zur Dipolachse $E_1 = 0,7\text{V/m}$ beträgt.

(a) Für die elektrische und magnetische Energiedichte einer elektromagnetischen Welle gilt

$$u_E = \frac{1}{2}\epsilon_0 \mathbf{E}^2 = \frac{1}{2\mu_0} \mathbf{B}^2 = u_B . \quad (0.3)$$

Was folgt daraus für das Verhältnis E/B und wie groß ist die maximale magnetische Feldstärke B_1 im Abstand r_1 senkrecht zur Dipolachse?

(b) Wie groß ist die mittlere Strahlungsintensität in einem Abstand r_2 unter einem Winkel θ zur Dipolachse, ausgedrückt durch E_1 und r_1 ?

(c) Welche Werte haben die mittleren Strahlungsintensitäten senkrecht zur Dipolachse im Abstand r_1 und auf der Erde ($r_2 = 384000\text{km}$)? Welche mittleren Intensitäten erhält man unter einem Winkel von 45° zur Dipolachse?

(d) Der Empfänger auf der Erde benötigt als Mindestfeldamplitude $0,5\mu\text{V/m}$. Kann er Signale vom Mond unter einem Winkel von 45° zur Dipolachse empfangen?

Aufgabe 10:

Beschreiben Sie die Art der Polarisation für die ebenen elektromagnetischen Wellen, die durch die folgenden Gleichungen für das \mathbf{E} -Feld beschrieben werden:

$$(a) \quad E_y = E_0 \sin(kx - \omega t), \quad E_z = 4E_0 \sin(kx - \omega t) \quad (0.4)$$

$$(b) \quad E_y = -E_0 \cos(kx + \omega t), \quad E_z = E_0 \sin(kx + \omega t) \quad (0.5)$$

$$(c) \quad E_y = 2E_0 \cos(kx - \omega t + \frac{\pi}{2}), \quad E_z = -2E_0 \sin(kx - \omega t) \quad (0.6)$$

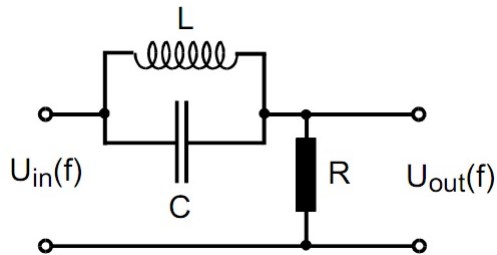
Aufgabe 11:

Gegeben sei ein Widerstand R , eine Kapazität C und eine Induktivität L in der in der Skizze gezeigten Anordnung.

a) Berechnen Sie den komplexen Wechselstromwiderstand Z der Schaltung.

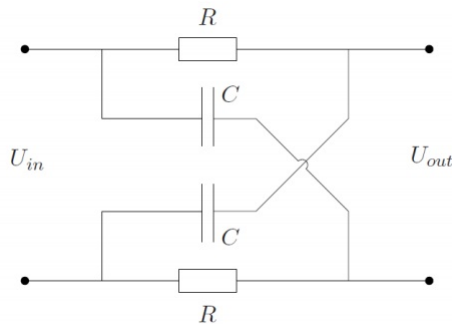
b) Berechnen Sie das Verhältnis von Aus- zu Eingangsspannung $\frac{U_{out}}{U_{in}}$ als Funktion der Frequenz f der Eingangsspannung.

c) Skizzieren Sie den Betrag $\left| \frac{U_{out}}{U_{in}} \right|$ als Funktion der Frequenz f .



Aufgabe 12:

In der folgenden Abbildung ist ein sog. Allpass-Filter dargestellt:



Berechnen Sie die Übertragungsfunktion $H(\omega) = U_{out}/U_{in}$.

Hinweis: Durch genaues Hinsehen erkennt man, dass die Schaltung auch in einer etwas einfacheren Form gezeichnet werden kann. Verwenden Sie den komplexen Ansatz $U_{in}(t) = U_{in} \exp^{i\omega t}$ und rechnen Sie mit komplexen Widerständen, um die komplexe Amplitude I_1 und I_2 der Ströme $I_1(t) = I_1 \exp^{i\omega t}$ und $I_2(t) = I_2 \exp^{i\omega t}$ und daraus U_{out} zu bestimmen. Das Endergebnis lautet: $H(\omega) = (1 - i\omega RC)/(1 + i\omega RC)$.

b) Wie groß ist der Verstärkungsfaktor und die Phasenverschiebung als Funktion von ω ? Warum heisst die Schaltung Allpass-Filter?