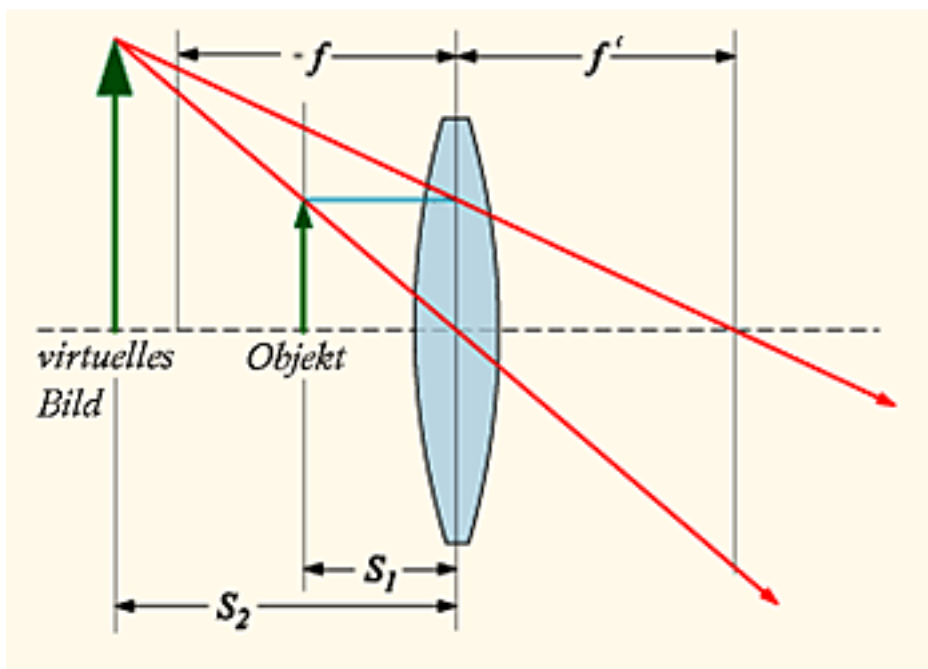


Ferienkurs Experimentalphysik 3, Musterlösung Dienstag

15. März 2011

1 Lupe



a) Eine Lupe erzeugt von einem Gegenstand innerhalb ihrer Brennweite eine virtuelle Abbildung. Da sich die Abbildung auf der gleichen Seite wie der Gegenstand befindet ist die Bildweite nach der Vorzeichenkonvention negativ.

b) Da sich der Gegenstand innerhalb der Brennweite befinden muss, darf der Abstand maximal 100mm betragen. In diesen Fall gilt für die Bildweite:

$$b = \frac{fg}{g - f} = \infty$$

Die Abbildung befindet sich also im unendlichen. Daher benutzen wir die alternative Formel für die Vergrößerung:

$$V_L = \frac{25\text{cm}}{f} = 5$$

c) wir benutzen die Formel aus der Vorlesung:

$$V = -\frac{f-g}{g}$$

wobei g mit 80mm gegeben ist. Somit folgt für die Vergrößerung $V = 4$

2 Radius-Brennweiten-Beziehung

a) aus der Abbildung lässt sich ablesen, das gilt:

$$h = R \cdot \sin(\alpha) = f \cdot \sin(\gamma)$$

aus der Dreiecksgleichung folgt $\gamma = \alpha - \beta$ also gilt für die Brennweite:

$$f = \frac{R \cdot \sin(\alpha)}{\sin(\alpha - \beta)}$$

mit der Kleinwinkelnäherung und der Idendität folgt:

$$f = \frac{R \cdot \sin(\alpha)}{\sin(\alpha) - \sin(\beta)}$$

und über Snellius:

$$f = R \cdot \frac{\sin(\alpha)}{\sin(\alpha) - (n_1/n_2)\sin(\alpha)}$$

nach kürzen der Sinen folgt:

$$f = \frac{R \cdot n_2}{n_2 - n_1}$$

b) Da bei einem Spiegel gilt: Einfallswinkel gleich Ausfallswinkel ist, halbiert der Radius grad den Winkel zwischen einfallenden und ausfallenden Strahl. Daher ist die Brennweite gerade die Hälfte des Radius

3 Dicke Linse

Fuer die Brennweite einer dicken Linse gilt:

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + \frac{(n - 1) \cdot d}{n \cdot R_1 \cdot R_2} \right) \quad (1)$$

mit $f_1 = 20\text{mm}$ und $f_2 = -30\text{mm}$, $d=2\text{mm}$ und $n=1,5$ findet man:

$$f = 24\text{mm}$$

vertauscht man dagegen f_1 und f_2 erhält man:

$$f = -23,6\text{mm}$$

also wirkt die Linse in der einen als Sammellinse, in der anderen als Streulinse.

4 Brille

a) Fokussiert das Auge auf unendlich gilt $1/g=0$ und somit $f=b=30\text{mm}$. Fokussiert es auf 25cm müssen wir die Linsengleichung lösen

$$f = \frac{bg}{b-f} = 34\text{mm}$$

b) Bei maximaler Entspannung des Auges (also wenn es auf unendlich fokussiert) liegt die Bildebene immer noch vor der Netzhaut. Das Auge ist also nahsichtig geworden. Die Brennweite der Linse ist hier gleich 30mm , und bildet mit der Brille ein Linsensystem, das eine Bildweite von 35mm haben muss. Wir lösen die Gleichung für das Linsensystem also nach b auf (mit $1/g=0$):

$$1/f = 1/b = 1/f_1 + 1/f_2 - d/(f_1 f_2)$$

$$f_1 = \frac{b(d - f_2)}{b - f_2}$$

mit $b=35\text{mm}$, $f_2=30\text{mm}$, $d=20\text{mm}$ folgt $f_1 = -70\text{mm}$
also eine Streulinse mit 7 Dioptrien.

c) In diesen Fall haben wir also Weitsichtigkeit, und setzen als Bildweite 25mm in obige Formel ein. Das Ergebnis lautet: $f_1 = 50\text{mm}$. Also eine Sammellinse mit 5 Dioptrien.

5 Zoom-Objektiv

a) Wir verwenden wieder die Gleichung für ein Linsensystem

$$1/f = 1/f_1 + 1/f_2 - d/(f_1 f_2)$$

und setzen $f_1 = f_2 = 70\text{mm}$. Wir sehen direkt, dass man die minimale Brennweite erhält, wenn der Abstand zwischen den beiden Linsen $=0$ ist. Dann gilt für die Brennweite des Systems:

$$1/f = 2/70\text{mm} \rightarrow f = 35\text{mm}$$

b) Die Brennweite in Abhängigkeit des Abstands lautet:

$$\frac{1}{f} = \frac{2}{70\text{mm}} - \frac{d}{4900\text{mm}^2}$$

Wir können die Brennweite theoretisch unendlich groß machen. Dies erreichen wir, wenn der Abstand zwischen den beiden Linsen gleich 140mm ist, da dann gilt $1/f=0$. Wenn man den Abstand noch weiter vergrößert wird die Brennweite negativ, wir erhalten also eine Streuwirkung.

c) Obige Gleichung nach f aufgelöst und gleich 280mm ergibt $122,5\text{mm}$ für den Abstand zwischen den Linsen.

d) Die Bildhelligkeit skaliert mit $1/f^2$. So verhält sich die Bildhelligkeit bei maximaler zur der bei minimaler Brennweite wie:

$$\frac{H_{max}}{H_{min}} \propto \left(\frac{f_{min}}{f_{max}}\right)^2 = \left(\frac{35mm}{280mm}\right)^2 = \frac{1}{64}$$

bei gleicher Blende muss also 64 mal so lang belichtet werden, um die gleiche Lichtmenge einzufangen.

6 Pointillismus

Das Auflösungsvermögen berechnet sich nach dem Rayleigh-Kriterium

$$\theta_{min} = 1,22 \frac{\lambda}{D}$$

. Daraus sieht man, dass je kleiner die Wellenlänge, desto kleiner ist auch der Winkel minimaler Auflösung. Die Farbe mit der besten Auflösung ist also blau. Dementsprechend führen wir die Rechnung mit $\lambda = 400nm$ durch.

Ein Objekt mit Durchmesser d hat im Abstand h den Winkeldurchmesser

$$\tan(\theta) = d/h.$$

In der Kleinwinkelnäherung gilt $\tan(\theta) = \theta$. Daraus folgt

$$\frac{d}{h} = 1,22 \frac{\lambda}{D}$$

mit $d=2mm$, $D=3mm$ und $\lambda = 400nm$ folgt $h=12,29m$

7 Schärfentiefe

a) Wir benutzen wieder die Linsengleichung und lösen gleich nach b auf:

$$b = \frac{fg}{f-g} = \frac{50mm \cdot 2000mm}{50mm - 2000mm} = 51,2mm \approx -50mm$$

b) Für die Schärfentiefe gilt:

$$\Delta g = \frac{B_0 \cdot g^2}{D \cdot f}$$

mit den Werten $B_0 = 5\mu m$, $g=2m$, $D=30mm$ und $f=50mm$ folgt $\Delta g=13mm$