

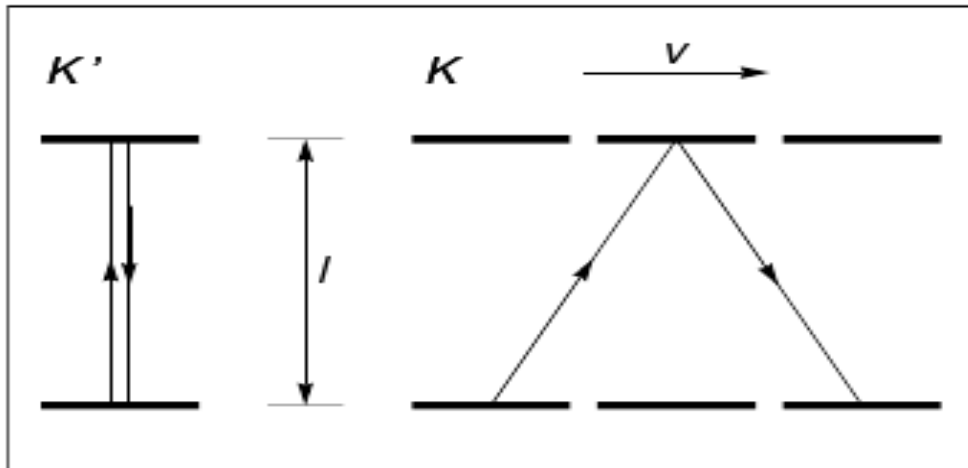
Übung Freitag

Stefan Vogl

Freitag, 19. März 2010

1 Multiple Choice

1. Ist das elektrische Feld einer gleichförmig bewegten Punktladung q im Bezugssystem eines ruhenden Beobachters radial und isotrop bzgl. der Position der Punktladung?
 - radial und isotrop
 - radial aber nicht isotrop
 - isotrop aber nicht radial
 - weder radial noch isotrop
2. Eine ebene elektromagnetische Welle wird durch das Vektorpotential $\vec{A}(\vec{r}, t) = \vec{a} \exp[i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)]$ und das skalare Potential $\Phi = \Phi \exp[i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)]$ beschrieben, also $A^\mu = a^\mu \exp[i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)]$. Welche Bedingung reicht aus damit \vec{A} und Φ der Lorentz-Eichung genügen
 - $\vec{k}\vec{a} = 0$
 - $k_\mu A^\mu = 0$
 - $\Phi = 0$
 - $\vec{k}^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$
3. Welche der folgenden Größen einer Ladungsdichte ist Lorentz-invariant?
 - Ladungsverteilung $\rho(\vec{r}, t)$
 - Stromdichte $\vec{j}(\vec{r}, t)$
 - Gesamtladungsverteilung $Q = \int \rho(\vec{r}, t) d^3r$
 - Dipolmoment $\vec{p} = \int \vec{r} \rho(\vec{r}, t) d^3r$



4. Man betrachte den Abstand ds^2 des Ortes $x^\mu = (5, 3, 0, 3)$ vom Ursprung. Welche der folgenden Aussagen ist richtig?
- Der Abstand ist lichtartig?
 - Der Abstand ist raumartig?
 - Der Abstand ist zeitartig?

2 Zwillingsparadoxon

Ein Astronaut verlässt an seinem 21. Geburtstag die Erde mit einer Rakete die mit der Geschwindigkeit $v = \frac{12}{13}c$ fliegt. Nach 5 Jahren Bordzeit wendet er die Rakete und kehrt in der selben Zeit, die er für den Hinflug benötigt hat, zur Erde zurück. Wie alt ist sein Zwillingbruder, der auf der Erde zurückgeblieben ist, bei seiner Rückkehr?

Wenn man den selben Vorgang aus der Sichtweise des anderen Zwillings betrachtet, und eine ruhende Rakete und eine bewegte Erde annimmt, erhält man das exakt umgekehrte Ergebnis. Damit wäre der auf der Erde verblieben Bruder sowohl älter als auch jünger. Wie lässt sich dieses Paradoxon auflösen?.

3 Lichtuhr

Ein Lichtstrahl wird zwischen zwei parallelen Spiegeln (Abstand l) hin und her reflektiert. Das Ruhesystem des Spiegels sei K' und die Zeitperiode ist in diesem Bezugssystem:

$$T' = \frac{2l}{c} \quad (1)$$

Das System K bewegt sich bezüglich K' mit der Geschwindigkeit v . Die Bewegung erfolgt parallel zu den Spiegeln und die Anlage existiert im Vakuum.

1. Bestimmen sie die Periode T , die ein Beobachter in K misst. Verwenden sie hierzu die konkreten Vierervektoren der Ereignisse des Sendens und Empfangens, und wenden sie eine Lorentztransformation darauf an.
2. Benennen sie den Effekt
3. Bestätigen Sie die Ergebnisse aus 1) anhand geometrischer Überlegungen zum Lichtweg.

4 Lorentztransformation in y Richtung

Schreiben sie die Lorentztransformation in y -Richtung aus.

5 Rapidity

Lorentztransformationen können als eine Verallgemeinerung der Rotation von einem dreidimensionalen in einen vierdimensionalen Raum aufgefasst werden. Diese Ähnlichkeit der Struktur ist am Besten sichtbar, wenn man die Lorentztransformationen durch die Rapidity θ ausdrückt.

$$\tanh \theta = \frac{v}{c} \quad (2)$$

1. Drücken Sie die Transformationsmatrix Λ durch θ aus und vergleichen sie diese mit der einer Rotation.
2. Drücken sie die relativistische Geschwindigkeitsaddition durch die Rapidity aus.

Tipp: $\tanh(\Phi + \Theta) = \frac{\tanh \Phi + \tanh \Theta}{1 + \tanh \Phi \tanh \Theta}$

6 Ebene elektromagnetische Welle

Eine ebene elektromagnetische Welle breitet sich mit der Winkelgeschwindigkeit ω in x -Richtung durch das Vakuum aus. Sie ist in y -Richtung linear polarisiert und besitzt die Amplitude E_0 .

1. Schreibe die Formeln für $\vec{E}(t, x, y, z)$ und $\vec{B}(t, x, y, z)$ an. Definiere alle verwendeten Größen durch ihre Abhängigkeit von E_0 , ω und den Naturkonstanten.
2. Nun beobachten wir dieselbe Welle von einem System K' aus, das sich mit der Geschwindigkeit $\vec{v} = v e_x$ relativ zu unserem ursprünglichen System bewegt. Bestimmen Sie $\vec{E}'(t', x', y', z')$ und $\vec{B}'(t', x', y', z')$.
3. Wie groß ist die Winkelgeschwindigkeit ω' im System K' ?
4. Wie verhält sich die Intensität in K' zu der in K ? Was beobachtet man im Grenzfall $v \rightarrow c$?

7 Homogene Felder

In einem Bezugssystem herrsche ein statisches, homogenes elektrisches Feld \vec{E}_0 parallel zur z-Achse sowie ein statisches, homogenes magnetisches Feld der Stärke $B_0 = 2E_0/c$, das in der y-z Ebene liegt und mit der z-Achse den Winkel θ bildet.

1. Berechnen Sie das elektrische und das magnetische Feld in einem Bezugssystem K' das sich in x-Richtung mit der Geschwindigkeit v bewegt.
2. Bestimmen Sie die Geschwindigkeit v des Bezugssystems K' , in dem die elektrischen und magnetischen Felder zueinander parallel sind. Wie lauten die Felder in diesem System für $\theta \ll 1$ und $\theta \rightarrow \pi/2$.

8 Lorentzinvarianten

Berechnen Sie die Skalarprodukte der folgenden Paare von Vierer-Vektoren und nennen Sie die physikalische Bedeutung der Lorentzinvarianz der Ergebnisse:

$$\partial^\mu \text{ und } A^\mu \quad \partial^\mu \text{ und } \partial^\mu \quad k^\mu \text{ und } x^\mu \quad k^\mu \text{ und } k^\mu \quad \partial^\mu \text{ und } j^\mu$$

9 Stromführender Draht

Ein unendlich langer, gerader Draht von vernachlässigbarer Dicke befindet sich in einem Inertialsystem K' in Ruhe und trägt eine homogene Linienladungsdichte λ . Das System K' bewegt sich gegen das Laborsystem K mit der Geschwindigkeit $\vec{v} = v e_z$ parallel zum Draht.

- man gebe die durch Zylinderkoordinaten ausgedrückten elektrischen und magnetischen Felder in Ruhesystem des Drahtes an. Unter Verwendung der Lorentztransformationseigenschaften der Felder bestimme man das elektrische und magnetische Feld im Laborsystem.
- Wie lautet die Ladungs- und Stromdichte des Drahtes in seinem Ruhesystem und im Laborsystem? Man berechne das elektrische und magnetische Feld direkt aus den Ladungsverteilungen und vergleiche sie mit den vorherigen Ergebnissen.