

Wellen und Dipolstrahlung - Aufgaben

Florian Hrubesch

18. März 2010

1 Multiple Choice Aufgaben

1.1 Polarisation von Wellen, Kreuzen Sie die richtigen Aussagen an

Es handelt sich um elektromagnetische Wellen im Vakuum.

- Die Wellen sind transversal.
- Das E und das B Feld sind nicht in Phase.
- Der Poynting Vektor ist antiparallel zum Wellenvektor.
- E,B und Wellenvektor stehen senkrecht aufeinander

1.2 Mit welcher Ordnung fällt der Poyntingvektor der Dipolstrahlung ab?

- $\vec{S} \propto r$
- $\vec{S} \propto \frac{1}{r^3}$
- $\vec{S} \propto \frac{1}{r}$
- $\vec{S} \propto \frac{1}{r^2}$

2 Wellengleichung im Vakuum

Leiten Sie aus den Maxwellgleichungen im Vakuum die Wellengleichung her.
Hinweis: Benutzen Sie die folgende Vektoridentität:

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) - \vec{\nabla}^2 \vec{A} \quad (1)$$

3 Proportionalität der Amplituden des E- und B-Feldes

Leiten Sie aus den Maxwellgleichungen in Materie (Nichtleiter!) die Bedingung für die Proportionalität der E- und B-Felder für ebene Wellen her.

4 Strahlungsdruck der Sonne auf die Erde

Gehen Sie davon aus, dass die Erde alle auf Sie einfallende Strahlung absorbiert. Die Intensität der auf der Erde eintreffende Strahlung ist in etwa $1300 \frac{W}{m^2}$. Welchen Druck übt das einfallende Sonnenlicht aus? Vergleichen sie diesen Druck mit dem Atmosphärendruck.

5 Senkrechter Einfall von Wellen auf einen Leiter

Die allgemeinen Randbedingungen beim Übergang von einem Medium in das nächste sind:

$$\epsilon_1 \vec{E}_1^\perp - \epsilon_2 \vec{E}_2^\perp = \sigma_f \quad \vec{E}_1^\parallel - \vec{E}_2^\parallel = 0 \quad (2)$$

$$\vec{B}_1^\perp - \vec{B}_2^\perp = 0 \quad \frac{1}{\mu_1} \vec{B}_1^\parallel - \frac{1}{\mu_2} \vec{B}_2^\parallel = \vec{K}_f \times \hat{n} \quad (3)$$

Mit der freien Oberflächenladung σ_f , dem freien Oberflächenstrom \vec{K}_f und der Normale auf die Grenzfläche \hat{n} . Betrachten sie nun eine vom Vakuum senkrecht auf eine Leiter mit Leitfähigkeit σ fallende Elektromagnetische Welle.

- Stellen Sie E und B Feld der einfallenden, reflektierten und transmittierten Welle auf.
- Zeigen Sie dass keine Oberflächenladungen existieren. Hinweis: EM-Wellen sind transversal.
- Ausgehend davon, dass keine Oberflächenströme existieren, leiten Sie die Amplituden der reflektierten und transmittierten Wellen her.
- Um genauer aussagen zu können, was tatsächlich bei der Reflektion an Leitern passiert, muss man die Wellenzahl \tilde{k} im Leiter kennen. Setzen sie dazu die Lösung für Wellen in Leitern in die Wellengleichung im Leiter ein. Gehen sie nur bis zur Bestimmungsgleichung für \tilde{k}^2 vor. Wie wäre ab hier das weitere Vorgehen?

e) Die Lösungen für $\tilde{k} = k + i\kappa$ lauten:

$$k = \omega \sqrt{\frac{\epsilon\mu}{2}} \left(\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\epsilon\omega}\right)^2} + 1 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

$$\kappa = \omega \sqrt{\frac{\epsilon\mu}{2}} \left(\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\epsilon\omega}\right)^2} - 1 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (5)$$

Was passiert, wenn die Leitfähigkeit des Leiters gegen unendlich geht? Was können sie über Phase der einfallenden und transmittierten Welle sagen?

6 Polarisation der transmittierten und reflektierten Welle in Abhängigkeit der einfallenden Welle

In der Vorlesung wird davon Ausgegangen, dass einfallende, reflektierte und transmittierte Welle alle gleich polarisiert sind. Zeigen Sie, dass dies so sein muss. Hinweis: Setzen Sie die Polarisation der reflektierten und der transmittierten Welle einer Senkrecht entlang der z-Achse einfallenden, in x-Richtung polarisierten Welle wie folgt an:

$$\vec{n}_t = \cos \theta_t \vec{e}_x + \sin \theta_t \vec{e}_y \quad (6)$$

$$\vec{n}_r = \cos \theta_r \vec{e}_x + \sin \theta_r \vec{e}_y \quad (7)$$

7 Brechung von Wellen mit beliebigem Einfallswinkel

Eine Welle aus Medium 1 trifft unter dem Winkel θ zur Flächennormale auf Medium 2. Das elektrische Feld sei parallel zur Einfallsebene polarisiert.

- Stellen Sie die Amplituden der transmittierten und der reflektierten Welle durch die der einfallenden Welle dar. Hinweis: Randbedingungen! Hinweis 2: Führen Sie $\alpha = \frac{\cos \theta_t}{\cos \theta_e}$ und $\beta = \frac{\mu_1 c_1}{\mu_2 c_2}$ ein.
- Es gibt einen Einfallswinkel, bei dem keine reflektierte Welle existiert ($E_r = 0$). Stellen Sie diesen Winkel durch die Brechungsindizes und β dar.

8 elektrische Dipolstrahlung

- Ausgehend von dem retardierten elektrischen Potential (Gleichung 66) aus der Vorlesung. Führen Sie der Reihe nach die angegebenen Nähe-

rungen durch und entwickeln sie die betreffenden Ausdrücke jeweils in erster Ordnung um schließlich auf Gleichung 67 zu kommen.

- b) Berechnen Sie ausgehend von den Potentialen für das Strahlungsfeld die zugehörigen elektrischen und magnetischen Felder. Berechnen Sie damit den Poynting Vektor. Beschreiben Sie die Abstrahlcharakteristik des Dipols.
- c) Berechnen Sie mit Hilfe des Poynting Vektors (Gleichung 72) die vom Dipol in den gesamten Raum abgestrahlte Leistung.