

# FERIENKURS EXPERIMENTALPHYSIK 4 2009

## Übung 4

### 1 Boltzonen, Bosonen, Fermionen

Stellen Sie die verschiedenen Möglichkeiten dar,  $N = 2$  Teilchen auf  $Z = 3$  Zustände zu verteilen. Unterscheiden Sie dabei

- (a) gleichartige, unterscheidbare klassische Teilchen („Boltzonen“)
- (b) identische Bosonen
- (c) identische Fermionen

Wie viele Möglichkeiten gibt es allgemein,  $N$  klassische Teilchen / Bosonen / Fermionen auf  $Z$  Zustände zu verteilen?

### 2 Elektronenpotential

Wie sieht das Potential für das zweite Elektron im  $He$ -Atom aus, wenn das erste Elektron durch eine  $1s$ -Wellenfunktion beschrieben werden kann, d.h. die Wechselwirkung zwischen beiden Elektronen nur summarisch berücksichtigt wird?

### 3 Einsteinium und exotische Atome

Berechnen Sie für ein fast vollständig ionisiertes Einsteiniumion ( ${}_{99}^{254}Es^{98+}$ ) den Bahnradius und die Gesamtenergie im Grundzustand mit verschiedenen gebundenen Teilchen in der Hülle ( $a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{e^2 m_e}$ ):

- (a) ein Elektron
- (b) ein Myon  $m_\mu \approx 207m_e$
- (c) ein Anti-Proton
- (d) Berechnen sie für alle drei Fälle die Aufenthaltswahrscheinlichkeit im  $1s$ -Zustand innerhalb des Kern-Volumens. Verwenden Sie  $R_{10}(r) = \sqrt{\frac{\alpha^3}{2}} e^{-\frac{\alpha}{2}r}$  mit  $\alpha = \frac{2Z}{a_0}$ . Interpretieren Sie das Ergebnis.

### 4 Atome und Energien

- (a) Zeichnen Sie ein *allgemeines* Energieniveauschema bis zur vierten Hauptquanten.

- (b) Zeichnen Sie das Termschema des Natrium Atoms. Vernachlässigen Sie mögliche Feinstrukturaufspaltungen und beschriften Sie die einzelnen Energieniveaus ( $n^{2S+1}L_J$ ) bis zu einer vernünftigen Höhe :-)
- (c) Warum hat das Na-Atom ein Termschema, aber z.B. Helium derer zwei?

## 5 Mehrelektronenatome

- (a) Im Zentralfeldmodell hängt die Energie eines stationären Zustands des Atoms nur von den Quantenzahlen  $n$  und  $l$  der Elektronen ab. Dabei kommt es nicht darauf an, welches Elektron welche Quantenzahlen hat, sondern nur darauf wieviele Elektronen einen bestimmten Satz von Quantenzahlen haben. Dies wird durch die Elektronenkonfiguration ausgedrückt. Interpretieren Sie die folgenden Elektronenkonfigurationen neutraler Atome. Um welches Atom handelt es sich jeweils?

$$1s^2, \quad 1s^2 2s^2 2p^3, \quad 1s^2 2s^2 2p^4 3s, \quad 4f^{13}$$

Geben Sie die Energien der zugehörigen stationären Zustände als Linearkombinationen der 1-Teilchen-Energien  $E_{nl}$  an.

- (b) Die Elektronenkonfiguration eines Heliumatoms sei  $1s2p$ . Wieviele linear unabhängige stationäre Zustände gehören zu diesem Energieniveau? *Anleitung:* Zählen Sie die Zustände ab, indem Sie davon ausgehen, dass diese Produkte der 1-Teilchen-stationären Zustände  $\varphi_{nlm m_s}(x)$  sind, wobei für jedes Elektron ein Faktor auftritt. Die Werte der  $n_i$  und  $l_i$  sind durch die Elektronenkonfiguration festgelegt, während  $m_i$  alle zu  $l_i$  gehörenden Werte und  $m_{s_i}$  wie üblich nur  $\pm \frac{1}{2}$  annehmen kann. (Antwort: 12)
- (c) Es sei nun ein Lithiumatom mit der Elektronenkonfiguration  $2p^2 2d$  gegeben. Wieviele (linear unabhängige) stationäre Zustände gehören zu diesem Energieniveau? Gehen Sie so vor wie in Teil (b), wobei aber zu berücksichtigen ist, dass im Produkt keine Faktoren mit identischen Quantenzahlen auftreten dürfen (Pauli-Prinzip) und Zustände, die sich nur durch eine Permutation von Faktoren unterscheiden, als einer gezählt werden.
- (d) Wie groß ist die Entartung des Grundzustandes von Kohlenstoff, wie groß die des Grundzustandes von Magnesium?
- (e) Die Entartung der stationären Zustände zu einer Elektronenkonfiguration wird aufgehoben, wenn z.B. Spin-Bahn-Kopplung (Feinstrukturaufspaltung) existiert. Die Niveaus, in die eine gegebene Elektronenkonfiguration aufspaltet, haben definierte Gesamtdrehimpulse  $\mathbf{S}^2, \mathbf{L}^2, \mathbf{J}^2$  und werden durch die sog. spektroskopischen Symbole  $^{2S+1}L_J$  bezeichnet. Für eine Konfiguration der Form  $\dots n_1 l_1 n_2 l_2$  (wobei  $\dots$  für vollständig besetzte Orbitale steht) sind die möglichen Werte von  $L, S, J$  gegeben durch

$$L = |l_1 - l_2|, \dots, l_1 + l_2 \quad , \quad S = 0, 1 \quad , \quad J = |L - S|, \dots, L + S$$

Das Niveau zu einem bestimmten Symbol ist dabei noch  $2J + 1$ -fach entartet. In welche Niveaus zerfällt die Konfiguration  $1s2p$  von Helium? Bestimmen Sie die Dimensionen der zugehörigen Räume und vergleichen Sie das Resultat mit dem Ergebnis von Teil (b).

- (f) In welche Niveaus zerfällt die Konfiguration  $1s^2 2s^2 2p^3 p$  von Kohlenstoff? Welche Dimension hat also diese Konfiguration?

- (g) Wie lautet die Konfiguration des ersten angeregten Zustandes von Magnesium? Wie groß ist seine Energie, ausgedrückt durch die 1 Elektronenenergien der Zentralfeldnäherung? In welche spektroskopische Niveaus  $^{2S+1}L_J$  zerfällt die Konfiguration des ersten angeregten Zustandes? Welche Dimension hat folglich der Raum des ersten angeregten Zustandes?

## 6 Quantum mechanics

*„How I need a drink, alcoholic of course, after the heavy chapters involving quantum mechanics“*

Was verbirgt sich hinter diesem Satz?