

# Aufgaben zur Experimentalphysik II: Thermodynamik

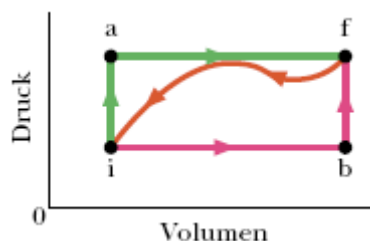
William Hefter - 11/09/2009

Angaben:

- Wärmekapazitäten: Wasser  $c_w = 4190 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$ , Eis  $c_{\text{Eis}} = 2220 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$ , Kupfer  $c_{\text{Cu}} = 386 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$ , Aluminium  $c_{\text{Al}} = 900 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$
- Latente Schmelzwärme von Wasser beim Schmelzpunkt:  $L_m = 333 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$
- Längenausdehnungskoeffizienten: Stahl  $\alpha_{\text{Stahl}} = 11 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{K}}$ , Messing  $\alpha_{\text{Messing}} = 19 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{K}}$ , Kupfer  $\alpha_{\text{Cu}} = 17 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{K}}$ , Aluminium  $\alpha_{\text{Al}} = 23 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{K}}$
- Der Luftdruck ist  $p_0 = 1,013 \cdot 10^5 \text{Pa}$

## 1. Thermische Ausdehnung, Wärme, Arbeit, erster Hauptsatz und Wärmeübertragung

1. Eine Stahlstange habe bei  $25^\circ\text{C}$  einen Durchmesser von  $3,000\text{cm}$ , ein Messingring bei  $25^\circ\text{C}$  einen Innendurchmesser von  $2,992\text{cm}$ . Bei welcher gemeinsamen Temperatur passt der Messingring gerade über die Stahlstange?
2. Sie wollen Kaffee kochen, um die nächsten Aufgaben konzentriert bearbeiten zu können, müssen aber feststellen, dass Ihr Herd nicht funktioniert (und jede andere Maschine auch nicht.) Angenommen, Sie füllen  $15^\circ\text{C}$  warmes Leitungswasser in eine Thermoskanne und wollen dieses durch Schütteln erwärmen. Das Wasser fällt bei jeder Schüttelbewegung um  $30\text{cm}$  und Sie heben die Thermoskanne  $30\text{-mal}$  pro Minute. Wie lang müssen Sie die Thermoskanne schütteln, bis das Wasser  $100^\circ\text{C}$  erreicht hat? (Vernachlässigen Sie jeden Wärmeverlust durch die Kanne.)
3. Zwei  $50\text{g}$ -Eiswürfel werden zu  $200\text{g}$  Wasser in einem wärmeisolierten Behälter gegeben. Das Wasser hat eine Temperatur von  $25^\circ\text{C}$  und das Eis kommt direkt aus dem  $-15^\circ\text{C}$  kalten Tiefkühlfach. **(a)** Welche Temperatur stellt sich schliesslich ein? **(b)** Welche Temperatur erreicht das Wasser, wenn nur ein Eiswürfel verwendet wird?
4. Ein  $20\text{g}$  schwerer Kupfering habe bei einer Temperatur von  $0^\circ\text{C}$  einen Durchmesser von  $D_0 = 2,54000\text{cm}$ . Eine Aluminiumkugel habe bei  $100^\circ\text{C}$  einen Durchmesser  $d_0 = 2,54508\text{cm}$ . Die Kugel wird nun auf den Ring gelegt. Im Zustand des thermischen Gleichgewichts passt die Kugel genau durch den Ring. Welche Masse hat die Kugel?
5. Ein System werde entlang verschiedener Wege von einem Zustand  $i$  in einen Zustand  $f$  überführt (vgl. Abbildung). Entlang des Weges 'iaf' sei  $\Delta Q = 50\text{J}$  und  $\Delta W = -20\text{J}$ . Entlang des Weges 'ibf' sei  $\Delta Q = 36\text{J}$ . **(a)** Wie groß ist  $\Delta W$  entlang des Weges 'ibf'? **(b)** Wenn  $\Delta W = 13\text{J}$  entlang des Rückweges 'fi' ist, wie groß ist  $\Delta Q$  dann für diesen Weg? **(c)** Wie groß ist  $U_f$ , falls  $U_i = 10\text{J}$ ? **(d)** Falls  $U_b = 22\text{J}$ , wie groß ist  $\Delta Q$  für die Wege 'ib' und 'bf'?



6. Auf der Wasseroberfläche eines Außenwassertanks hat sich bei kaltem Wetter eine Eisschicht von  $5\text{cm}$  gebildet. Die Luft oberhalb des Eises habe eine Temperatur von  $-10^\circ\text{C}$ . Berechnen sie die Zuwachsrate der Eisschicht in  $\frac{\text{cm}}{\text{h}}$ . Die Wärmeleitfähigkeit des Eises sei  $16,7 \frac{\text{mJ}}{\text{s}\cdot\text{cm}\cdot\text{K}}$ , die Dichte  $0,92 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ . Durch die Wände oder den Boden des Tanks soll keine Energie abfließen. (Hinweis: Sie sollten die (separierbare) Differenzialgleichung zur Übung lösen. Gemeint ist aber die Zuwachsrate zum Zeitpunkt  $t = 0$ ).

7. Während einer Wanderung befällt Sie Nachts eine plötzliche Lust auf Eis, doch die Umgebungstemperatur beträgt lediglich  $6^{\circ}\text{C}$ . Sie wissen jedoch, dass ein mondloser, sternenklarer Nachthimmel als Schwarzkörperstrahler der Temperatur  $T_h = -23^{\circ}\text{C}$  dienen kann. Also kippen Sie Wasser in ein vom Boden thermisch isoliertes Gefäß (z.B. mit Styropor) und erhalten eine dünne Wasserschicht der Masse  $m_w = 4,5\text{g}$  mit der Oberfläche  $A_w = 9\text{cm}^2$  und dem Emmissionsgrad  $\epsilon = 0,9$ . Berechnen Sie die Zeit, die das Wasser zum Einfrieren benötigt. (Hinweis: Zur Berechnung der auftretenden Differentialgleichung nehmen Sie an, dass die Wassertemperatur während des Einfrierens näherungsweise konstant bleibt, da die Änderung gering ist.)

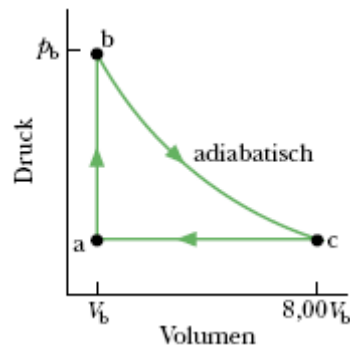
## 2. Ideales Gasgesetz, Maxwell-Verteilung, spez. molare Wärme und thermodynamische Prozesse

- Luft nehme bei einem Überdruck von  $103\text{kPa}$  ein Volumen von  $0,14\text{m}^3$  ein. Diese Luft expandiere nun isotherm auf einen Druck von  $101,3\text{kPa}$  und werde anschließend bei konstantem Druck abgekühlt, bis sie wieder ihr ursprüngliches Volumen einnimmt. Tragen sie die Prozesse in ein p-V-Diagramm ein und berechnen Sie die von der Luft geleistete Arbeit.
- Eine Luftblase von  $20\text{cm}^3$  Volumen befinde sich in  $40\text{m}$  Tiefe am Grund eines Sees, wo eine Temperatur von  $4^{\circ}\text{C}$  herrsche. Die Blase steige zur Oberfläche auf, wo die Temperatur  $20^{\circ}\text{C}$  sein soll. Nehmen Sie für die Temperatur der Blase jeweils den Wert der Wassertemperatur an. Wie groß ist das Volumen an der Wasseroberfläche? (Vor dem Zerplatzen...) Hinweis: Der Schweredruck ist gegeben durch  $p(h) = p_0 + \rho gh$ .
- Leiten Sie, ausgehend von der Maxwell-Verteilung der Geschwindigkeit  $P(v)dv$ , die Maxwell-Verteilung für die Energie her.
- Berechnen Sie die mittlere kinetische Energie aller Moleküle anhand dieser Energieverteilung. ( $\int_0^{\infty} x^{3/2}e^{-x} = \frac{3}{4}\sqrt{\pi}$ )
- Berechnen Sie die Temperaturen, bei denen die rms-Geschwindigkeit für **(a)** molekularen Wasserstoff und **(b)** molekularen Sauerstoff gleich der Fluchtgeschwindigkeit der Erde ist. **(c)** Die Temperatur in den sehr hohen Schichten der Erdatmosphäre beträgt rund  $1000\text{K}$ . Würden Sie dort viel Wasserstoff vermuten? Oder viel Sauerstoff? Begründung! (Hinweis Fluchtgeschwindigkeit: Das Potential auf der Erdoberfläche beträgt  $-mgR_e$  und die Gesamtenergie setzt sich zusammen aus der potentiellen und kinetischen Energie.)
- 4moleines idealen zweiatomigen Gases (Rotation, keine Schwingungen) erfahren unter konstantem Druck einen Temperaturanstieg von  $60\text{K}$ . **(a)** Wie viel Wärmeenergie wurde dem Gas zugeführt? **(b)** Um wie viel hat die innere Energie des Gases zugenommen? **(c)** Wie viel Arbeit wurde von dem Gas geleistet? **(d)** Um wie viel hat die kinetische **Translations**-Energie des Gases zugenommen?
- (a)** Ein Liter eines zweiatomigen idealen Gases habe eine Temperatur von  $273\text{K}$  und einen Druck von  $1,01\text{bar}$ . Es wird plötzlich adiabatisch auf die Hälfte seines ursprünglichen Volumens zusammengedrückt. Bestimmen Sie Druck und Temperatur im Endzustand. **(b)** Das Gas wird nun wieder unter konstantem Druck auf  $273\text{K}$  abgekühlt. Wie groß ist anschliessend sein Volumen?
- Gegeben sei folgender Kreisprozess für ein Mol eines idealen Gases:  $T_1 = 300\text{K}$ ,  $T_2 = 600\text{K}$ ,  $T_3 = 455\text{K}$ . Jede Temperatur gehört zu einem Zustandspunkt im p-V-Diagramm. Die einzelnen Teilprozesse sind:  $1 \rightarrow 2$  isochor,  $2 \rightarrow 3$  adiabatisch und  $3 \rightarrow 1$  isobar. **(a)** Tragen Sie den Kreisprozess in ein p-V-Diagramm ein. **(b)** Berechnen Sie die  $\Delta Q$ ,  $\Delta U$  und  $\Delta W$  für jeden der drei Teilprozesse und für den gesamten Kreisprozess. **(c)** Der anfängliche Druck bei Punkt 1 sei  $1,013\text{bar}$ . Bestimmen Sie Druck und Volumen bei den Punkten 2 und 3.

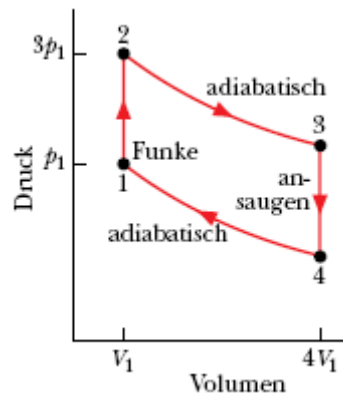
## 3. Entropie, zweiter Hauptsatz und Kreisprozesse

- Bei einem Experiment werden  $200\text{g}$  Aluminium bei  $100^{\circ}\text{C}$  in einem isolierten Behälter mit  $50\text{g}$  Wasser bei  $20^{\circ}\text{C}$  gemischt. **(a)** Welche Gleichgewichtstemperatur stellt sich ein? Wie groß sind die Entropieänderungen von **(b)** dem Aluminium, **(c)** dem Wasser und **(d)** dem Wasser-Aluminium-System?
- Ein  $10\text{g}$  schwerer Eiswürfel bei einer Temperatur von  $-10^{\circ}\text{C}$  wird in einen See der Temperatur  $15^{\circ}\text{C}$  geworfen. Berechnen Sie die Entropieänderung des Eis-See-Systems, bis der Eiswürfel ins thermische Gleichgewicht mit dem See gekommen ist. (Hinweis: Ändert der Eiswürfel die Temperatur des Sees?)
- Ein Mol eines einatomigen idealen Gases durchlaufe den dargestellten reversiblen Kreisprozess. Es seien  $p_b = 10,1\text{bar}$  und  $V_b = 11$ . Berechnen Sie **(a)** die dem Gas in Form von Wärme zugeführte Energie, **(b)** die von dem Gas in Form von Wärme abgegebene Energie, **(c)** die von dem Gas geleistete Gesamtarbeit und

(d) den Wirkungsgrad des Kreisprozesses.



4. Die Arbeitsgänge eines Verbrennungsmotors entsprechen dem Kreisprozess der unten gezeigten Abbildung. Angenommen, bei dem angesauten Benzin-Luft-Gemisch handle es sich um ein ideales Gas und das Verdichtungsverhältnis betrage 4:1. Außerdem sei  $p_2 = 3p_1$ . (a) Berechnen Sie den Druck und die Temperatur an jedem der Eckpunkte in dem p-V-Diagramm als Funktion von  $p_1$ ,  $T_1$  und dem Adiabatenkoeffizienten  $\gamma$ . (b) Welchen Wirkungsgrad hat dieser Kreisprozess?



5. Eine Carnot-Klimaanlage entziehe der thermischen Energie eines Zimmers bei  $21,1^\circ\text{C}$  Wärmeenergie und übertrage sie nach draußen, wo eine Temperatur von  $35,6^\circ\text{C}$  herrsche. Wie viele Joule an Wärmeenergie werden dem Zimmer pro Joule an elektrischer Energie zur Betreibung der Klimaanlage entzogen?
6. Eine Wärmepumpe soll ein Gebäude aufheizen. Die Außentemperatur sei  $-5^\circ\text{C}$  und die Temperatur im Gebäude soll bei  $22^\circ\text{C}$  gehalten werden. Die Leistungszahl der Pumpe sei 3,8, und pro Stunde werden dem Gebäude  $7,54\text{MJ}$  an Wärme zugeführt. Welche Leistung müsste die Wärmepumpe haben, wenn es sich bei ihr um eine in umgekehrter Richtung arbeitende Carnot-Maschine handelte?
7. Eine Carnot-Maschine arbeite zwischen den Temperaturen  $T_1$  und  $T_2$ . Sie treibe eine Carnot-Kältemaschine, die bei den Temperaturen  $T_3$  und  $T_4$  arbeite. Berechnen Sie das Verhältnis  $Q_3/Q_1$  als Funktion von  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$  und  $T_4$ .

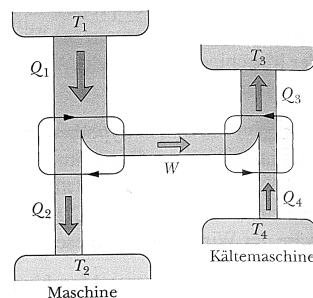


Abbildung 1: Aufgabe 3.7

## Weitere Aufgaben

Es ist sehr empfehlenswert, alle Hausaufgaben zur offiziellen Vorlesung durchzuarbeiten.

1. **(DVP SS07)** Betrachten Sie ein thermisch isoliertes System des Gesamtvolumens  $3V$ , in dem eine thermisch leitfähige Wand die Volumina  $V$  und  $2V$  voneinander trennt. Im größeren Volumen herrsche der Druck  $3p$ , während im kleineren Volumen der Druck  $p$  herrsche. Die Temperatur  $T$  sei in beiden Teilvolumina gleich. Die Trennwand werde nun entfernt. Berechnen Sie die gesamte innere Energie, die gesamte Änderung der Entropie sowie Temperatur und Druck des Gases, nachdem sich das Gleichgewicht eingestellt hat.
2. **(Semestrals SS07)** Im folgenden soll der Carnot-Zyklus diskutiert werden. **(a)** Zeichnen Sie das  $p$ - $V$  Diagramm. **(b)** Benennen Sie die einzelnen Zustandsänderungen und berechnen Sie jeweils (i) die Änderung der inneren Energie  $U$ , (ii) die dem System zugeführte Wärme  $Q$ , und (iii) die am System geleistete Arbeit  $W$  (c) Berechnen Sie den Wirkungsgrad. In welchem Zahlenbereich liegt er? Welche physikalische Bedeutung hat dieses Ergebnis in Bezug auf die Umwandelbarkeit von Wärme in Arbeit?
3. Blatt 12, SS09, Aufgabe 3: Joule-Thomson-Koeffizient. Zur Übung desselben.