

1 Elektromagnetische Schwingungen

- In einem LC -Schwingkreis mit $L = 50\text{mH}$ und $C = 4\mu\text{F}$ befindet sich der Strom zu Beginn an seinem Scheitelwert. Nach welcher Zeit ist die Kapazität zum ersten Mal maximal geladen?
- In dem unten gezeigten Schaltkreis sei der Schalter zunächst für eine lange Zeit in Position a. Anschliessend wird er schnell auf Position b geschaltet. **(a)** Berechnen Sie die Frequenz des so entstandenen Wechselstroms. **(b)** Welche Amplitude haben die Stromschwingungen?

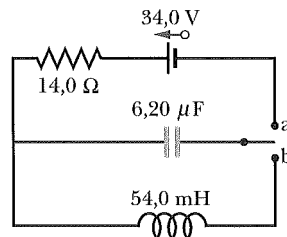


Abbildung 1: Aufgabe 1.2

- In einem LC -Schwingkreis sei $L = 25\text{mH}$ und $C = 7,8\mu\text{F}$. Zum Zeitpunkt $t = 0$ sei die Stromstärke $9,2\text{mA}$, die Ladung auf dem Kondensator betrage $3,8\mu\text{C}$ und der Kondensator lade sich gerade auf. **(a)** Wie groß ist die Gesamtenergie in dem Schaltkreis? **(b)** Welche maximale Ladung fließt auf den Kondensator? **(c)** Welchen Scheitelwert hat der Strom? **(d)** Die Ladung am Kondensator lässt sich durch $q = Q \cos(\omega t + \varphi)$ beschreiben. Wie groß ist der Phasenwinkel φ ? **(e)** Angenommen, alle Daten beliben gleich bis auf die Tatsache, dass sich der Kondensator zum Zeitpunkt $t = 0$ entladen soll. Welchen Wert hat φ in diesem Fall?
- Für einen RLC -Schwingkreis berechne man die Zeit, nach der die maximale Energie auf dem Kondensator im Verlauf einer Schwingung auf die Hälfte ihres Anfangswerts gesunken ist. Für $t = 0$ sei $q = Q$.
- Ein Wechselspannungsgenerator liefere eine Spannung der Form $U = U_m \sin(\omega_a t - \frac{\pi}{4})$ mit $U_m = 30\text{V}$ und $\omega_a = 350 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$. Der in einem angeschlossenen Stromkreis erzeugte Strom sei $i(t) = I \sin(\omega_a t - \frac{3\pi}{4})$ mit $I = 620\text{mA}$. **(a)** Zu welchem Zeitpunkt nach $t = 0$ erreicht die Spannung am Generator zum ersten Mal ihren Scheitelwert? **(b)** Zu welchem Zeitpunkt nach $t = 0$ erreicht der Strom zum ersten Mal seinen Scheitelwert? **(c)** Der Stromkreis enthalte neben dem Generator nur noch eine einzelne Komponente. Handelt es sich um einen Kondensator, eine Spule oder einen Widerstand? Begründen Sie Ihre Antwort. **(d)** Welchen Wert (für die Kapazität, die Induktivität oder den Wirkwiderstand) hat die entsprechenden Komponente? aufgeladen und dann mit einer Spule mit $L = 10\text{mH}$ verbunden. Wirkwiderstände sind zu vernachlässigen.
- Stellen Sie die Differentialgleichung des parallel geschalteten LC -Schwingkreises auf.
 - Wie lautet deren Lösung, falls der Schwingkreis einmalig einen Spannungspuls der Amplitude U_0 erhält?
 - Wie lautet die Lösung, falls die antreibende Spannung durch $U_{in}(t) = U_0 \sin(\omega t)$ gegeben ist?
 - Ein Kondensator mit der Kapazität $C = 10\mu\text{F}$ wird mit $U_0 = 100\text{V}$ aufgeladen und dann mit einer Spule mit $L = 10\text{mH}$ verbunden. Wirkwiderstände sind zu vernachlässigen. Wie groß ist der Scheitelwert des Stroms, also der maximal fließende Strom?
- Gegeben ist folgender Schaltkreis:

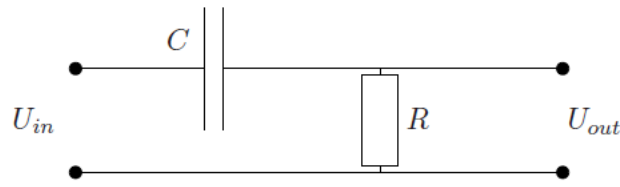


Abbildung 2: Aufgabe 1.7

- a) Wie lautet die Differentialgleichung für die Ausgangsspannung $U_{out}(t)$? $U_{in}(t)$ ist eine bekannte Funktion der Zeit.
 - b) Stellen Sie die allgemeinste Lösung der Differentialgleichung für eine Anregung $U_{in}(t) = U_0 \sin(\omega t)$ auf.
 - c) Geben Sie die Amplitude der Ausgangsspannung für große t an, also für das eingeschwungene System. Welche Aufgabe erfüllt die Schaltung?
8. Stellen Sie die Differentialgleichung für den in Serie geschalteten gedämpften RLC -Schwingkreis auf, der von einer allgemeinen Spannung $U_{in}(t)$ angetrieben wird.
- a) Lösen Sie die Differentialgleichung auch hier wieder, falls der Schwingkreis einmal durch einen Spannungspuls U_0 angetrieben wird.
 - b) Bestimmen Sie nun die Lösung für den angetriebenen Schwingkreis, also für $U_{in}(t) = U_0 \sin(\omega t)$.
 - c) Berechnen Sie die mittlere Leistung der Spannungsquelle. Zeigen Sie, dass diese dem zeitlichen Mittelwert der im Widerstand erzeugten Jouleschen Wärme gleicht.

2 Elektromagnetische Wellen

1. Die von einem Laser abgegebene Strahlung breitet sich in einem engen Kegel mit kreisrundem Querschnitt aus. Der Öffnungswinkel θ dieses Kegels wird als Divergenz des Strahls bezeichnet. Strahlung eines Argonlasers mit einer Wellenlänge von $524,5 \text{ nm}$ wird in einem Experiment zur Abstandsmessung auf den Mond gerichtet. Die Divergenz des Strahls betrage $0,880 \mu\text{rad}$. Welche Fläche des Mondes wird von dem Strahl getroffen?
2. Ein Flugzeug empfängt von einem 10 km entfernten Radiosender ein Signal mit einer Intensität von $10 \mu\text{W}/\text{m}^2$. Berechnen Sie **(a)** die Amplitude des von diesem Signal hervorgerufenen elektrischen Felds im Flugzeug, **(b)** die Amplitude des zugehörigen Magnetfelds und **(c)** die Gesamtleistung des Senders (der isotrop strahlen soll).
3. Eine ebene elektromagnetische Welle mit einer Wellenlänge von 3 m bewege sich im Vakuum in positiver x -Richtung. Ihr elektrisches Feld \vec{E} habe eine Amplitude von $300 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ und zeige in y -Richtung. **(a)** Berechnen Sie die Frequenz der Welle. **(b)** Geben Sie Richtung und Amplitude des zugehörigen magnetischen Felds an. **(c)** Geben Sie die Werte von k und ω an, wenn $E = E_m \sin(kx - \omega t)$ ist. **(d)** Wie groß ist die zeitgemittelte Rate des Energieflusses, der durch diese Welle erzeugt wird?
4. Welche Funktionen können als Wellen bezeichnet werden? Welche als elektromagnetische Wellen? Was versteht man unter einer ebenen, was unter einer monochromatischen Welle, das heißt, was sind deren definierende mathematischen Eigenschaften?
5. Welche mathematische Begründung gibt es für die Überlagerungsfähigkeit von elektromagnetischen Feldern? Berechnen Sie das Überlagerungsfeld der beiden Felder

$$\vec{E}_1(\vec{r}, t) = \vec{e}_z E \cos(\omega t - \vec{k}_1 \vec{r}) \quad \vec{E}_2(\vec{r}, t) = \vec{e}_z E \cos(\omega t - \vec{k}_2 \vec{r})$$

und drücken Sie es in einer Form aus, die die zeitliche Entwicklung des Feldes deutlich macht.

6. Berechnen Sie für $\alpha = 100 \text{ V}$ die mittlere von einem Herzschen Dipol erzeugten Kugelwelle

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \frac{\alpha}{r} \sin \theta \cos(\omega t - kr) \vec{e}_\theta \quad \vec{B}(\vec{r}, t) = \frac{\alpha}{cr} \sin \theta \cos(\omega t - kr) \vec{e}_\phi$$

durch eine Halbkugel mit Radius $r = 1\text{km}$ abgestrahlte Leistung.

7. Eine ebene (nicht unbedingt monochromatische) elektromagnetische Welle im Vakuum der Form

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 f(ct - \vec{n} \cdot \vec{r}) \quad \vec{B}(\vec{r}, t) = \vec{B}_0 f(ct - \vec{n} \cdot \vec{r})$$

erfüllt die Wellengleichung. Zeigen Sie, dass dies jedoch noch nicht genügt, sondern dass sie ausserdem transversal sein muss, d.h. dass \vec{E} und \vec{B} senkrecht zur Ausbreitungsrichtung der Welle stehen müssen. Zeigen Sie, dass ausserdem noch der Zusammenhang $c\vec{B}_0 = \vec{n} \times \vec{E}_0$ bestehen muss.

8. Wellengleichung in leitenden Medien.

- a) Leiten Sie für ein leitendes Medium ($\sigma > 0$) ohne freie Ladungsträger ($\rho = 0$) aus den Maxwell-Gleichungen die verallgemeinerte Wellengleichung

$$\Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \ddot{\vec{E}} = \frac{\sigma}{\epsilon_0 c^2} \dot{\vec{E}}$$

her, die die Ausbreitung eines \vec{E} -Feldes in einem solchen Medium beschreibt. ϵ und μ seien 1.

- b) Lösen Sie diese verallgemeinerte Wellengleichung mit einem Ansatz für eine Welle in x -Richtung:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 \vec{e}_z e^{i(\omega t - kx)}$$

Beachten Sie, dass die Wellenzahl komplex wird. Bestimmen Sie den Real- und Imaginärteil von k .

- c) Was ist die physikalische Interpretation des Imaginärteils von k ?