

Ferienkurs Experimentalphysik 3 - Übungsaufgaben

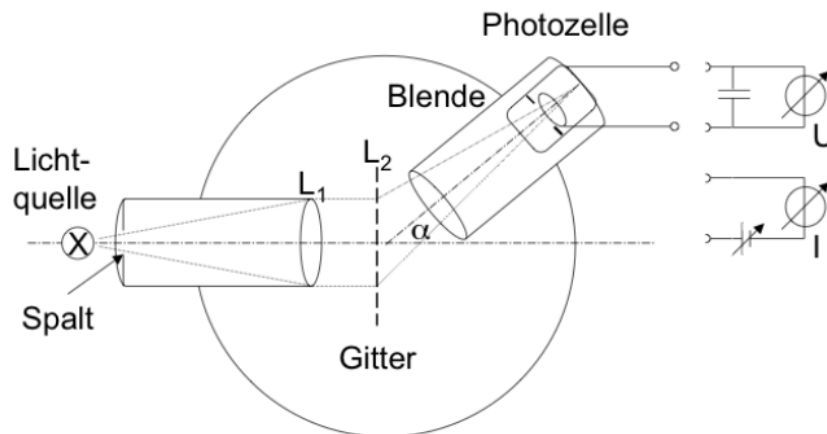
Quanteneffekte

Matthias Brasse, Max v. Vopelius

27.02.2009

Aufgabe 1:

In dem unten skizzierten Gitterspektrometer fällt das Licht einer Quecksilberdampfampe auf ein Gitter mit 570 Strichen pro mm . In der Brennebene der Sammellinse L_2 befindet sich die Kaliumkathode einer Vakuumphotozelle. L_2 , Blende und Photozelle sind in einen Tubus eingebaut, der sich um den Mittelpunkt des Gitters drehen lässt. Der Drehwinkel α kann auf 0.01° genau abgelesen werden.



Quecksilber-Linien: $\lambda_{min} = 404.7nm$, $\lambda_{max} = 579.1nm$

Kalium-Grenzwellenlänge: $\lambda_K = 551nm$

- In welchem Winkelbereich (α_{min} ; α_{max}) werden alle sichtbaren Linien des Quecksilberspektrums 1.Ordnung erfasst?
- Bei welchen Spektrallinien tritt Photoeffekt auf?

Parallel zur Photozelle der gegebenen Anordnung ist nun ein Kondensator geschaltet. Die anliegende Spannung wird mit einem statischen Voltmeter gemessen. Nach jeder neuen Winkeleinstellung des Tubus wird der Kondensator entladen.

- Erklären Sie ausführlich, wie sich durch Photoeffekt mit dem monochromatischen Licht eine charakteristische Spannung am Kondensator aufbaut. Wie groß ist diese Spannung, wenn an der Apparatur der Winkel $\alpha = 13.44^\circ$ eingestellt ist?

- d) Der Drehwinkel wird nun schrittweise vergrößert. Bei welchem Winkel α_2 stellt sich zum ersten Mal wieder die Spannung von Teilaufgabe c) ein?

Nun wird eine regelbare Gleichspannungsquelle in Reihe mit einem empfindlichen Strommesser an die Photozelle geschaltet.

- e) Die Photozelle wird so beleuchtet, dass Photoeffekt stattfindet. Die Gleichspannung wird von $U = 0$ an schrittweise erhöht; zeichnen Sie ein qualitatives U - I -Diagramm, und erläutern Sie dessen Verlauf.

Bei der Bestrahlung mit Licht treffen auf die Kathode $20 \frac{W}{m^2}$. Dabei werden 10% der Lichtenergie absorbiert, der Rest wird reflektiert. Die bestrahlte Fläche ist $0.50 cm^2$ groß.

- f) Würde man den Photoeffekt durch das Wellenmodell des Lichtes deuten, so müsste sich die Energie der Lichtwelle gleichmäßig auf die Kaliumatome im beleuchteten Teil der Kathode verteilen. Der Photoeffekt würde auftreten, sobald die pro Atom absorbierte Energie die Austrittsarbeit für Elektronen erreicht. Schätzen Sie unter Zugrundlegung dieses Modells die Zeitdauer vom Beginn der Bestrahlung bis zum Eintreten des Photoeffekts ab. Eindringtiefe des Lichts in die Kathode $10 nm$, Dichte von Kalium $\rho_K = 0.86 \frac{g}{cm^3}$
- g) Welcher Befund beim Photoeffekt steht dem Ergebnis von Teilaufgabe f) entgegen?
- h) Welcher Photostrom ergibt sich bei einer Lichtwellenlänge von $407.8 nm$ für eine Quantenausbeute von einem Elektron pro 10^4 absorbierte Photonen?

Lösung

- a) Die Bedingung für ein Maximum erster Ordnung am Gitter ist: $\sin \alpha = \frac{\lambda}{b}$ mit $b = \frac{10^{-3}}{570} m = 1,754 \cdot 10^{-6} m$

Die Quecksilberlinien liegen zwischen $\lambda_{min} = 404,7 nm$ und $\lambda_{max} = 579,1 nm$, womit wir für den Winkelbereich erhalten:

$$\sin \alpha_{min} = \frac{404,7 \cdot 10^{-9}}{1,754 \cdot 10^{-6}} \Rightarrow \alpha_{min} = 13,34^\circ$$

$$\sin \alpha_{max} = \frac{579,1 \cdot 10^{-9}}{1,754 \cdot 10^{-6}} \Rightarrow \alpha_{max} = 19,28^\circ$$

- b) Die in der Aufgabe genannte Grenzwellenlänge für die Kalium Kathode beträgt $551 nm$. Da dies die Mindestenergie für den Photoeffekt ist, tritt dieser nur bei Energien größer dieser, also kürzeren Wellenlängen auf.
Diese sind (in nm): 546.1, 491.6, 435.8, 407.8, 404.7 .

- c) Monochromatisches Licht hat eine definierte Energie $W = \frac{hc}{\lambda}$. Die kinetische Energie der Elektronen nach dem Austritt ist diese Energie um die Austrittsarbeit vermindert.

$$E_{kin} = W_{photon} - W_{austr} = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda_{grenz}}$$

Ein Gegenfeld wird aufgebaut, weil die Photoelektronen sich von der Kathode entfernen und an der gegenüberliegenden Elektrode ansammeln. Diese wird negativ geladen und es

entsteht ein Gegenfeld. Dieses wird so stark, bis die kinetische Energie keines Elektrons ausreicht um das Gegenfeld zu überwinden.

$$\sin \alpha = \frac{\lambda}{b} \rightarrow \lambda = b \sin \alpha = 407,8 \text{ nm}$$

$$\Rightarrow W_{kin} = 3,05 \text{ eV} - 2,25 \text{ eV} = 0,8 \text{ eV}$$

Also baut sich eine Gegenspannung bis $U = 0,8 \text{ V}$ auf.

- d) Spannung stellt sich wieder ein, falls für gleiche Wellenlänge 2. Maximum am Gitter beobachtet wird (da Maximum schwächer dauert die Aufladezeit allerdings länger)

$$b \cdot \sin \alpha_2 = 2 \cdot \lambda \rightarrow \alpha_2 = 27,7^\circ$$

- e) Die Richtungen der Photoelektronen sind in den ganzen Raum verteilt. Desto höher man eine Gleichspannung anlegt, desto mehr von diesen Elektroden werden "eingefangen". Dies erklärt den Anstieg des Stromes mit der Spannung. Der Strom nähert sich aber rasch einem Grenzwert an, da nicht mehr Elektronen "abgesaugt" werden können, als an der Photoschicht erzeugt werden.

- f) Die absorbierte Leistung ist

$$P = 20 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \cdot 0,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot 10\% = 10^{-4} \text{ W}$$

Die Leistung verteilt sich auf alle Atome im Volumen $V = 0,5 \text{ cm}^2 \cdot 10 \text{ nm}$:

$$N = \frac{\rho V}{M_{kalium}} = 6,6 \cdot 10^{15}$$

Die an jedes Atom übertragene Energie (Leistung \cdot Zeit) muss der Austrittsenergie entsprechen:

$$\frac{Pt}{N} = W_a \rightarrow t = 24 \text{ s}$$

- g) Der Photostrom und damit auch der Photoeffekt setzen sofort und ohne Verzögerung ein. Dies konnte erst von Einstein durch die Deutung des Lichts als Photonen erklärt werden.

- h) Rate n der absorbierten Photonen ist absorbierte Leistung geteilt durch Energie eines Photons:

$$n = \frac{P}{W_{ph}} = \frac{P}{\frac{hc}{\lambda}} = \frac{P\lambda}{hc}$$

Alle 10^4 absorbierte Photonen ergeben ein Photoelektron,

$$\Rightarrow I = n \cdot 10^{-4} \cdot e = 3,3 \text{ nA}$$

Aufgabe 2:

- a) Skizzieren Sie einen Versuchsaufbau zur Untersuchung des Comptoneffektes beschriften Sie die Skizze, und erläutern Sie knapp den Versuchsablauf.

Bei einer Messung tritt unter dem doppelten Winkel $\delta = 90^\circ$ Strahlung auf, deren Wellenlänge bei der Streuung verdoppelt wurde.

- b) Bestimmen Sie die Frequenz der einfallenden Strahlung.

- c) Berechnen Sie die Geschwindigkeit des gestoßenen Elektrons.

- d) Bestimmen Sie den Winkel ϵ , den die Flugrichtung des gestoßenen Elektrons mit der Richtung der Primärstrahlung einschließt.

Lösung

a) Unterschied der optischen Weglänge: « Skizze »

- Röntgenstrahlung kann unter Winkeln θ zur Einstrahlrichtung nachgewiesen werden, was eine Ablenkung der Strahlung bedeutet.
- Wellenlänge um $\Delta\lambda$ größer
- $\Delta\lambda$ unabhängig vom Streumaterial
- Wellenlängenmessung z.B. mit Drehkristall

b) $\Delta\lambda = \lambda_c (1 - \cos\theta)$
mit $\lambda_c = \frac{h}{m_0c}$ der Comptonwellenlänge

$$\begin{aligned}\Delta\lambda &= \lambda = \lambda_c \left(1 - \underbrace{\cos 90^\circ}_1 \right) \\ \Rightarrow \lambda &= \lambda_c \\ f &= \frac{c}{\lambda_c} = \frac{m_0}{h} Hz = 1,2 \cdot 10^{20} Hz\end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned}E &= \frac{hc}{\lambda} \\ \rightarrow \Delta E_\gamma &= \frac{hc}{\lambda_c} - \frac{hc}{2\lambda_c} = \frac{hc}{2\lambda_c} = \frac{c^2 m_0}{2} = \frac{1}{2} \cdot 511 keV \\ \Delta E_{ph} &= E_{kin,E} \approx E_0 \Rightarrow \text{relativistische Rechnung} \\ E &= E_0 + E_{kin} = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\text{sqrt}1 - \beta^2} \\ \rightarrow \sqrt{1 - \beta^2} &= \frac{2}{3}, \beta = \sqrt{\frac{5}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3} \\ \Rightarrow v &\approx 2,2 \cdot 10^8 m s^{-1}\end{aligned}$$

d) Doppelter Winkel $\delta = 90^\circ \rightarrow$ rechtwinkliges Dreieck

$$\begin{aligned}\vec{p}_\gamma &= \vec{p}'_\gamma + \vec{p}'_e \\ \tan \epsilon &= \frac{p'_\gamma}{p'_e} = \frac{\lambda}{2\lambda} = \frac{1}{2} \\ \Rightarrow \epsilon &= 27^\circ\end{aligned}$$

Aufgabe 3:

Rote Riesen haben typischerweise eine Oberflächentemperatur von $3000K$. Berechnen Sie unter der Annahme, dass der Stern wie ein schwarzer Strahler strahlt:

- die gesamte emittierte Strahlungsleistung
- die Wellenlänge λ_{max} , bei der das Strahlungsspektrum $R(\lambda, T)$ einen Peak aufweist

- c) die Frequenz ν_{max} , bei der das Strahlungsspektrum $R(\lambda, T)$ einen Peak aufweist
- d) den Anteil der Energie, der im sichtbaren Bereich des elektromagnetischen Spektrums ($400nm - 700nm$) emittiert wird.
- e) Warum gibt es rote und blaue aber keine grünen Sterne?

Lösung

a) Stefan-Boltzmann-Gesetz

$$R = \frac{P}{A} = \sigma T^4 = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4} \cdot (3000K)^4 = 4,59 \cdot 10^6 \frac{W}{m^2}$$

- "A" Oberfläche des Sterns
- Abschätzung: Radius = 1AE (astronomische Einheit, mittlerer Abstand Erde \leftrightarrow Sonne), Näherung für Rote Riesen
- $R \cdot 4\pi r^2 = \underline{1,30 \cdot 10^{30} W}$

b) maximale Wellenlänge über Wiensches Gesetz

$$\lambda_{max} = \frac{b}{T} = \frac{2,9 \cdot 10^{-3} Km}{3000K} = 967nm$$

c) falsch!! $\nu_{max} = \frac{c}{\lambda_{max}}$
wegen Umrechnung zwischen Wellenlängen und Frequenzintervall

$$\nu_{max} = 0,568 \cdot \frac{c}{\lambda_{max}}$$

(aus Nullstelle der Ableitung des Planck'schen Strahlungsgesetzes)

$$\nu_{max} = 5,878933 \cdot 10^{10} \frac{Hz}{K} \cdot T = 1,7 \cdot 10^{14} Hz$$

d) $r = \frac{R_{sichtbar}}{R_{gesamt}}$, Planck'sches Strahlungsgesetz

$$R_{sichtbar} = \int_{400nm}^{700nm} \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} - 1} d\lambda$$

$$\frac{hc}{\lambda k_B T} \gg 1 \Rightarrow e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} - 1 \approx e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}}$$

$$\frac{hc}{\lambda k_B T} := x$$

$$d\lambda = -\frac{hc}{k_B T x^2} dx$$

$$\Rightarrow R_{sichtbar} = -2\pi \frac{k_B^4 T^4}{h^3 c^2} \int_{12}^7 \frac{x^3}{e^x} dx$$

Kann mit folgender Formel gelöst werden (in Klausur angeben!!):

$$\int x^n e^{ax} dx = \frac{e^{ax}}{a^{n+1}} \left[(ax)^n - n(ax)^{n-1} + n(n-1)(ax)^{n-2} \dots + (-1)^n n! \right]$$

$$\Rightarrow R_{sichtbar} = -2\pi \frac{k_B^4 T^4}{h^3 c^2} e^{-x} \left[x^3 + 3x^2 + 6x + 6 \right]_1^{27} = 0,3339 \cdot 10^6 \frac{W}{m^2}$$

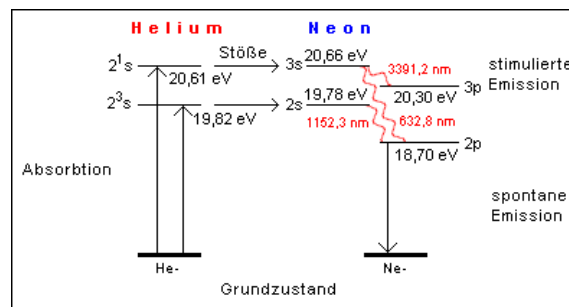
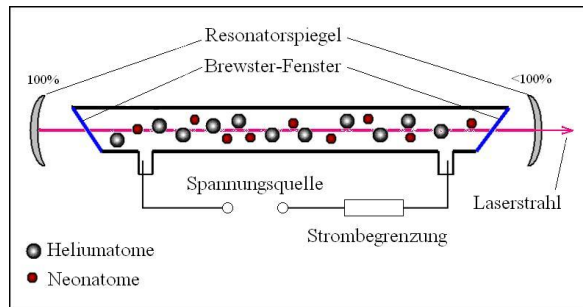
$$r = \frac{R_{sichtbar}}{R_{gesamt}} = 7,3\%$$

Aufgabe 4:

Skizzieren Sie den Aufbau eines He-Ne-Lasers und erklären Sie kurz die prinzipiellen Funktionsweisen dieses Lasertyps.

Lösung

a) Helium-Neon Laser :



Er besteht im Wesentlichen aus einem dünnen Glasröhrchen (auch Kapillarrohr, Durchmesser ca. 1 mm, Länge ca. einige 10 cm), in welchem sich ein Helium-Neon-Gasgemisch befindet.

Dieses Gasgemisch steht unter einem Druck von ca. 100 Pa, mit einem Verhältnis der Partialdrücke von Helium/Neon von ca. 10/1. An den Enden befinden sich sog. Brewster-Fenster. Dabei handelt es sich um planparallele Platten, die Licht mit einer bestimmten Polarisationsrichtung ohne Verluste durch Reflexion hindurchlassen. Licht mit dazu senkrechter Polarisation wird teilweise reflektiert, teilweise hindurchgelassen. Bei dem Brewster-Winkel erreicht man eine minimale Reflexion der Laserstrahlung ohne Antireflexbeschichtung der Fenster. Zusätzlich sorgt diese Anordnung für eine fast vollständige Polarisation des Laserlichtes. Dieser Aufbau befindet sich zwischen zwei Spiegeln, die den Resonator bilden (siehe schematische Darstellung, im zweiten Bild die untere Glasröhre).

Die Spannungsversorgung der Gasentladung muss folgende Anforderungen erfüllen:

- Bereitstellung der Zündspannung zu Beginn (10-15 kV)
- Strombegrenzung des nach der Zündung fließenden Entladungsstromes

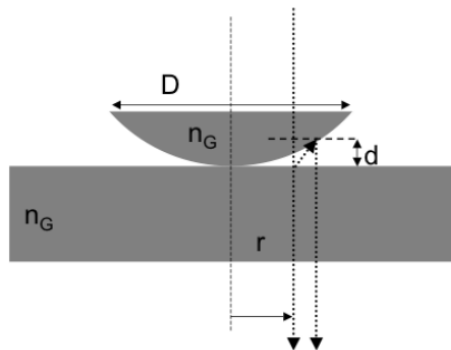
Die Entladungsspannung nach der Zündung beträgt typisch 1-2 kV, der Strom 1-30 mA.
Energieschema des Helium-Neon-Lasers He-Ne Laser in Betrieb

Bei einem Helium-Neon-Laser ist das Helium das Pumpgas, und das Neon das Laser-gas. In dem Glasröhrchen befinden sich außerdem noch zwei Elektroden, zwischen denen eine Gasentladung stattfindet. Diese Gasentladung bringt nun die Heliumatome in einen vergleichsweise langlebigen (ca. 10^{-3} s) angeregten Zustand. Die Heliumatome übertragen nun ihre Energie auf die Neonatome und erzeugen dort eine Besetzungsinversion zwischen energetisch hohen Zuständen und niedrigen Zuständen. Auf Übergängen zwischen den energetischen Zuständen des Neons wird nun der Laserbetrieb, wie in Schema dargestellt, möglich.

Ein markantes Merkmal von Helium-Neon-Lasern ist ihre gute Kohärenzlänge. Schon bei einfachen Modellen (Multimodenlaser) liegt sie im Bereich der Resonatorlänge, also meist 20-30 cm. Daneben gibt es frequenzstabilisierte Helium-Neon-Laser, deren Kohärenzlänge mehrere Kilometer betragen kann.

Aufgabe 5:

Feucht eingeglaste Dias zeigen bei Projektion farbige Newtonsche Ringe. Sie sollen im Folgenden modelliert werden. Eine plankonvexe Linse mit Radius $R = 5m$ liegt auf einer ebenen Glasplatte und wird senkrecht von oben mit einem parallelen Lichtbündel einer Na-Dampfampe ($\lambda = 589.3nm$) bestrahlt. Der Zwischenraum ist mit Wasser gefüllt. Das Glas der Linse und der Platte sei Kronglas SK1. Man erhält im durchgehenden gelben Licht Newtonsche Ringe.



- Wie groß ist der optische Gangunterschied zwischen den beiden skizzierten Strahlen? Ist an der Berührstelle von Linse und Platte hell oder dunkel?
- Berechnen Sie die Formel für die Radien r der Newtonschen Ringe unter der Annahme, dass $d \ll R$. Wieviele Ringe erhält man maximal, wenn der Durchmesser der Linse $D = 5cm$ beträgt?

Lösung

- $R = 5m$ $\lambda = 589,3nm$

$$\Delta s = 2n \cdot d + 2 \frac{\lambda}{2} \quad (2 \text{ mal Reflexion an dickerem Medium})$$

$$\Rightarrow \text{Mitte hell, da ganzzahlige Interferenz } \lambda$$

b) Gangunterschied $\Delta = k\lambda$

$$\begin{aligned} & r^2 + (R - d)^2 = R^2 \\ \Rightarrow & d = \frac{(k - 1)\lambda}{2n} \\ & (R - d)^2 + r^2 = R^2 \rightarrow r^2 = 2Rd \text{ (} d^2 \text{ vernachlässigbar klein!)} \\ \rightarrow & r = \sqrt{(k - 1) \frac{R \cdot \lambda}{n}} \quad \text{und } r \leq \frac{D}{2} \\ \Rightarrow & k \leq \frac{nD^2}{4R\lambda} + 1 = 282 \rightarrow 281 \text{ Ringe} + \text{ zentraler Fleck} \end{aligned}$$