

Ferienkurs Elektrodynamik - SS 2008

1 Elektrostatisches Feld einer linienförmigen Ladungsverteilung

Bestimmen Sie mit Hilfe des Gaußschen Satzes das elektrische Feld einer ruhenden Ladungsverteilung, die homogen entlang der z -Achse konzentriert ist. Die Längenladungsdichte sei Q .

2 Homogen geladene Vollkugel

Wir betrachten eine gleichmäßig geladene Vollkugel mit Radius R und Ladung Q .

- (a) Berechnen Sie das elektrostatische Potential

$$\Phi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \int d^3r' \frac{\rho(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

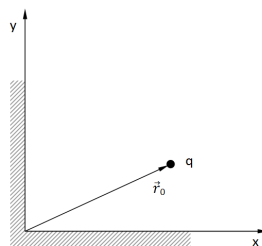
der Kugel im Innen- und Außenraum, wobei das Potential im Unendlichen verschwinden soll.

Hinweis: Nutzen Sie bei der Wahl des Beobachtungspunktes die Kugelsymmetrie des Problems aus.

- (b) Bestimmen Sie daraus das elektrische Feld $\vec{E}(\vec{r})$ im Innen- und Außenraum.
 (c) Skizzieren Sie das Potential.

3 Punktladung vor geerdeten Metallplatten

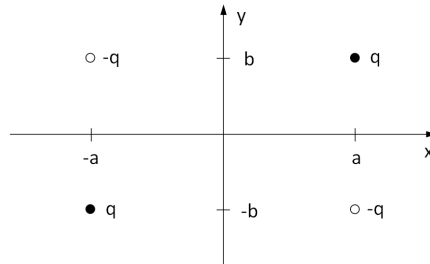
Eine Punktladung q befinde sich vor zwei geerdeten Metallplatten wie in der Abbildung dargestellt. Hier sei $\vec{r}_0 = (a, b, 0)$.



- (a) Bestimmen Sie mit Hilfe der Spiegelladungsmethode das elektrostatische Potential $\Phi(\vec{r})$ außerhalb der Metallplatten.
 (b) Berechnen Sie die Flächenladungsdichte $\sigma(\vec{r})$ und die Gesamtladung auf den Platten.
 (c) Welche Kraft wirkt auf die Punktladung?

4 Multipolentwicklung

Wir betrachten die in der Abbildung dargestellte Ladungsverteilung wie sie sich aus Aufgabe 3 ergibt.



- Führen Sie eine Multipolentwicklung des Potentials dieser Ladungsverteilung durch. Geben Sie den Quadrupoltensor explizit an.
- Welches elektrische Potential ergibt sich damit in großer Entfernung ($r \gg a, b$)?

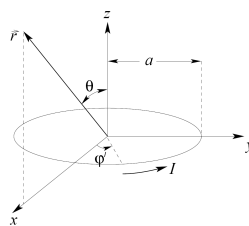
5 Rotierende, geladene Kugel

Auf der Oberfläche einer Hohlkugel mit dem Radius R sei die Ladung Q gleichmäßig verteilt. Die Kugel rotiere mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega}$.

- Bestimmen Sie die dadurch erzeugte Stromdichte $\vec{j}(\vec{r})$.
- Berechnen Sie das von $\vec{j}(\vec{r})$ hervorgerufene magnetische Dipolmoment $\vec{\mu}$ der Kugel.
- Bestimmen Sie daraus das Vektorpotential $\vec{A}(\vec{r})$ außerhalb der Kugel.

6 Vektorpotential eines stromdurchflossenen Ringes (erhöhter Schwierigkeitsgrad)

Ein Kreisstrom I fließt in einem unendlich dünnen Draht, der einen Ring mit Radius a bildet und in der xy -Ebene liegt.



- Machen Sie sich klar, dass die Stromdichte in Zylinderkoordinaten gegeben ist durch

$$\vec{j}(\vec{r}') = I \delta(z') \delta(r' - a) \hat{e}_{\phi'}$$

- Bestätigen Sie, dass die Kontinuitätsgleichung für die Strom- und Ladungsdichte erfüllt ist.
Hinweis: Die Darstellung der Divergenz in Zylinderkoordinaten ist: $\nabla \cdot \vec{V} = 1/r \partial_r(r V_r) + 1/r \partial_{\phi} V_{\phi} + \partial_z V_z$
- Geben Sie für das vom Strom erzeugte Vektorpotential $\vec{A}(\vec{r})$ in Coulomb-Eichung eine Integraldarstellung an. Berechnen Sie das Vektorpotential und das Magnetfeld näherungsweise für $r \gg a$.
Hinweis: Da die Symmetrie des Problems zylindersymmetrisch ist, kann man den Beobachtungspunkt \vec{r} in die xz -Ebene legen, um die Rechnung zu vereinfachen. Entwickeln Sie den Integranden in a/r
- Wie groß ist das vom Kreisstrom erzeugte magnetische Dipolmoment $\vec{\mu}$?