

Andreas Brenneis  
Rebecca Saive  
Felicitas Thorne

## Übungsaufgaben für Mittwoch, den 30. Juli 2008

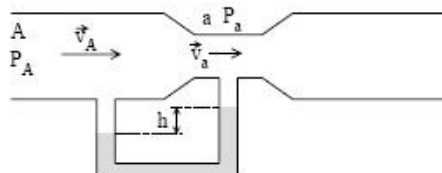
### 1 Hydrodynamik

#### 1.1 Aufgabe 1

In einem Rohr mit variabler Dicke mit Höhenunterschied  $h$  fließt im Zeitintervall  $\Delta t$  das Flüssigkeitsvolumen  $\Delta V$ .

- Fertigen Sie eine Skizze des Aufbaus an.
- Leiten Sie die Bernoulli-Gleichung her, indem Sie die Änderung der kinetischen und potenziellen Energie des fließenden Volumens im Verhältnis zur geleisteten Arbeit betrachten.
- Betrachten Sie den Grenzfall einer ruhenden Flüssigkeit. Bestimmen Sie den Höhenunterschied in Abhängigkeit vom Druckunterschied des Volumens in verschiedener Höhe.
- Nun sei die Geschwindigkeit der Flüssigkeit sehr groß. Was ergibt sich für den Druckunterschied  $\Delta p$  der beiden betrachteten Höhen?

#### 1.2 Aufgabe 2



Es wird das in der nebenstehenden Abbildung dargestellte Venturi-Rohr mit der Querschnittsfläche  $A$  betrachtet, welches sich in der Mitte auf die Fläche  $a$  verengt. Durch das Rohr ströme eine Flüssigkeit mit der Geschwindigkeit  $v_A$  am Ein- bzw. Ausgang. Ein U-Rohr, welches teilweise mit Quecksilber gefüllt ist,

verbindet den Abschnitt mit Fläche  $a$  mit dem Abschnitt des Rohres mit Fläche  $A$ . Die Geschwindigkeit im verengten Rohrabschnitt ist  $v_a > v_A$ . Durch den Druckunterschied ergibt sich ein Höhenunterschied  $h$  des Quecksilberpegels im U-Rohr.

- Geben Sie mittels der Bernoulli-Gleichung und der Kontinuitätsgleichung einen Ausdruck für  $v_A$  an, so dass  $v_A$  nur von der Geometrie des Rohres, dem Druckunterschied  $\delta p$  und der Dichte der strömenden Flüssigkeit  $\rho$  abhängt.
- Nehmen Sie folgende Werte an:  $\rho = 1003 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ,  $A = 81 \text{cm}^2$ ,  $a = 45 \text{cm}^2$ ,  $p_A = 59 \text{kPa}$  und  $p_a = 43 \text{kPa}$ . Berechnen Sie die Fließgeschwindigkeit in Meter pro Sekunde und den Volumenstrom  $\frac{dV}{dt}$  in Litern pro Minute.
- Geben Sie die Höhendifferenz  $h$  im U-Rohr an.

#### 1.3 Aufgabe 3

In einem langen mit Orthoterphenyl (OTP) gefüllten Fass ( $\rho_{OTP} = 1,33 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$ , Viskosität  $\eta = 1,88 \text{Pa} \cdot \text{s}$ ) befindet sich im oberen Teil eine Stahlkugel (Dichte  $\rho_S = 7,8 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ , Durchmesser  $d_S = 10 \text{mm}$ ). Die Stahlkugel wird zum Zeitpunkt  $t = 0$  aus der Ruheposition losgelassen.

- Stellen Sie die Bewegungsgleichung der Stahlkugel auf.
- Lösen Sie die Bewegungsgleichung.
- Geben Sie die Geschwindigkeit der Kugel im stationären Zustand an.

## 1.4 Aufgabe 4

Das mit OTP gefüllte Fass aus Aufgabe 3 wird seitlich angebohrt. An das Bohrloch mit Durchmesser  $d_L = 3\text{cm}$  wird ein Rohr der Länge  $L = 30\text{cm}$  angesetzt, durch welches OTP ausströmt. Die OTP Oberfläche befindet sich  $3\text{m}$  über der Mitte des Bohrloches. Der Umgebungsdruck beträgt  $1\text{bar}$ . Nehmen Sie laminare Strömung an. Vernachlässigen Sie die Änderung des Flüssigkeitsspiegels.

- Stellen Sie die Bewegungsgleichung für die Flüssigkeit im Rohr auf. Geben Sie die Randbedingung an.
- Lösen Sie die Bewegungsgleichung und geben Sie einen Ausdruck für das Geschwindigkeitsprofil im Rohr an.
- Berechnen Sie den Volumenstrom der Flüssigkeit im Rohr.
- Berechnen Sie die mittlere Geschwindigkeit, mit der OTP im Rohr fließt.

## 1.5 Aufgabe 5

In einem Trichter wird die Höhe  $h_1 = 11,5\text{cm}$  einer Flüssigkeit oberhalb der Trichteröffnung durch vorsichtiges Nachgießen konstant gehalten. Die untere Öffnung hat den Durchmesser  $d_0 = 6,0\text{mm}$ , der klein gegenüber dem Durchmesser  $d_1$  in der Höhe des Flüssigkeitsspiegels ist, d.h. Terme der Ordnung  $\left(\frac{d_0}{d_1}\right)^2$  können vernachlässigt werden.

- Fertigen Sie eine Skizze an.
- Mit welcher Geschwindigkeit strömt die Flüssigkeit aus dem Trichter?
- Welche Zeit ist erforderlich, um eine  $1,0\text{l}$ -Flasche mit Hilfe des Trichters zu füllen? Die Flasche befindet sich dabei unmittelbar unter dem Trichter.
- Welchen Durchmesser  $d_2$  hat der Flüssigkeitsstrahl in der Tiefe  $h_2 = 24,0\text{cm}$  unterhalb der Trichteröffnung? Nehmen Sie reibungsfreie und laminare Strömung an.

## 1.6 Aufgabe 6

Wie hoch ist die Aufstiegeschwindigkeit einer Kohlenstoffdioxidblase (Durchmesser  $d = 1\text{mm}$ ) in einem Glas Limonade (Dichte  $1,1 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ , Viskosität  $\eta = 1,8 \cdot 10^{-3} \text{Pa} \cdot \text{s}$ )? Wie lange dauert der Aufstieg in einem typischen Limonadenglas? Verträgt sich der berechnete Wert mit Ihrer Alltagserfahrung?

# 2 Gastheorie

## 2.1 Aufgabe 7

Ein Heißluftballon mit Volumen  $V_0 = 3000\text{m}^3$  befindet sich auf der Erdoberfläche (Druck  $p_0 = 10^5\text{Pa}$ , Dichte  $\rho_{0,L} = 1,293 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ , Temperatur  $T = 0^\circ\text{C}$ ).

- Leiten Sie die barometrische Höhenformel her.
- Berechnen Sie den Luftdruck in  $600\text{m}$  Höhe.
- Das Volumen des Ballons wurde bei konstantem Druck  $p_0$  durch Änderung der Temperatur auf  $V_1 = 4500\text{m}^3$  erhöht. Berechnen Sie die Auftriebskraft des Ballons auf der Erde ( $p_0$ ) und in  $600\text{m}$  Höhe ( $p_1$ ). Betrachten Sie nur Druck und Volumenänderungen.
- Welche Masse dürfen Ballonhülle, -korb und die Last zusammen höchstens haben?

## 2.2 Aufgabe 8

Ein Ballon ( $V = 3500\text{m}^3$ ) fliegt in einer Höhe von  $950\text{m}$  bei einer Umgebungstemperatur von  $T = 20^\circ\text{C}$ . Wie schwer darf der Ballon mit Last sein, wenn der Druck des Gases dem Außendruck entspricht und er mit Helium gefüllt ist ( $\rho_{\text{Luft}} = 1,293 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ,  $p_0 = 10^5\text{Pa}$ ,  $\rho_{\text{He}} = 0,1785 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ )? Was ändert sich, wenn der Ballon mit Wasserstoff gefüllt ist ( $\rho_{\text{H}_2} = 0,09 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ )?

## 2.3 Aufgabe 9

Im thermischen Gleichgewicht ist die Geschwindigkeitsverteilung durch die Maxwell-Boltzmann-Verteilung gegeben (siehe Vorlesung).

- Bestimmen Sie die wahrscheinlichste Geschwindigkeit der Verteilung.
- Bestimmen Sie das mittlere Geschwindigkeitsquadrat. Verwenden Sie dabei  $\int_0^\infty x^4 \exp[-ax^2] dx = \frac{3}{8} \sqrt{\frac{\pi}{a^5}}$ .
- Wie lautet der Zusammenhang zwischen mittlerer kinetischer Energie und Temperatur?

## 2.4 Aufgabe 10

Es werde ein reales Gas betrachtet.

- a) Welche Annahmen werden bei der Behandlung idealer Gase gemacht?
- b) Die Gasmoleküle werden nun als starre Kugeln mit Radius  $r$  angenommen. Wie verändert sich das freie Volumen im Vergleich zum idealen Gas?
- c) Zwischen den Molekülen wirkt noch eine Kraft, die zu einem erhöhten Binnendruck führt. Finden Sie einen Ausdruck für diesen.
- d) Wie lautet die Zustandsgleichung für dieses Modell des Gases?