

## A.4 Übungsaufgaben zum Kapitel 4

### Aufgabe 40 (Fragen)

1. Wie sieht die DGL für eine harmonische Schwingung aus?
2. Welche unterschiedlichen Ausbreitungsarten gibt es für mechanische Wellen?
3. Harmonische Schwingungen mit Reibung: Welche drei Fälle werden bei der Lösung unterschieden?
4. Was ist eine erzwungene Schwingung?
5. Wie lautet die allgemeine Wellengleichung?
6. Was ist der Dopplereffekt?
7. Wie sieht das Schwingungsbild einer Schwebung aus?
8. Was ist Dispersion?

**Aufgabe 41 (Flachwasserwellen)** Wie schwappt das Wasser in einem flachen Becken hin und her? Allgemeiner betrachten wir Wellen, die sehr lang sind verglichen mit der Tiefe des Beckens, so dass das Wasser über die ganze Tiefe mit gleicher Geschwindigkeit  $v$  nach rechts oder links strömt. Wie hängen  $v$  und seine Änderung von der Druckverteilung ab, wovon hängt wieder diese ab? Wieverschiebt sich der Wasserspiegel unter dem Einfluss dieser Strömung? Stellen Sie eine Wellengleichung auf und lesen Sie Ausbreitungsgeschwindigkeit, Periode usw. der Flachwasserwellen ab.

**Aufgabe 42 (Beschleunigungsmesser)** Eine Stahlkugel in einem horizontalen Glasrohr wird von 2 Spiralfedern normalerweise in die Rohrmittle gedrückt. Zeichnen und diskutieren Sie, wie das System funktionieren soll. Wie dimensionieren Sie Kugel und Federn sowie die Anzeigeskala? Füllen Sie das Rohr mit Wasser oder Glycerin oder dergleichen oder lassen Sie es leer?

**Aufgabe 43 (Federpendel)** Eine Feder wird durch die Kraft  $1\text{N}$  um  $5\text{cm}$  ausgedehnt. Wie groß ist die Schwingungsperiode, wenn an der Feder eine Masse von  $1\text{kg}$  hängt? Die Federmasse sei vernachlässigbar.

**Aufgabe 44 (Schwingungen)** Ein  $10\text{g}$  schweres Teilchen führe eine harmonische Schwingung mit einer Amplitude von  $2,0 \cdot 10^{-3}\text{m}$  und einer maximalen Beschleunigung vom Betrag  $8,0 \cdot 10^3\text{m/s}^2$  aus. Die Phasenkonstante sei  $-\pi/3$  rad.

1. Wie lautet die Gleichung für die Kraft auf das Teilchen als Funktion der Zeit?
2. Welche Periode hat die Schwingung?
3. Welche maximale Geschwindigkeit hat das Teilchen?
4. Wie groß ist die Gesamtenergie des harmonischen Oszillators?

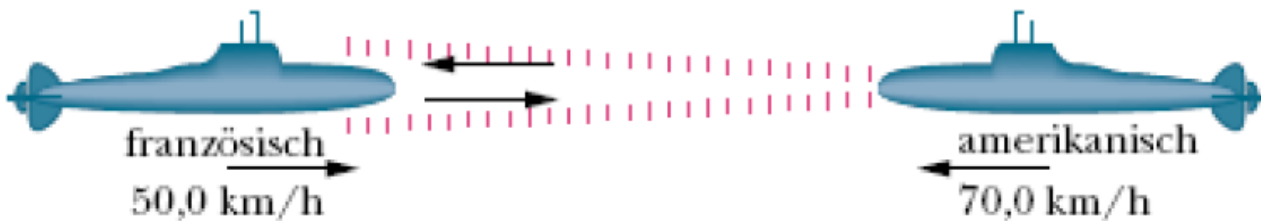
**Aufgabe 45 (Wellen)** Eine sinusförmige Welle breite sich mit einer Geschwindigkeit von  $40\text{cm/s}$  entlang eines Seils aus. Die Auslenkung eines Seilelements bei  $x = 10\text{cm}$  verhält sich als Funktion der Zeit wie  $y = (5,0\text{cm}) \sin[1,0 - (4,0\text{s}^{-1})t]$ . Die lineare Massendichte des Seils sei  $4,0\text{g/cm}$ . Wie groß sind

1. die Frequenz und
2. die Wellenlänge der Welle?

- Wie lautet die allgemeine Gleichung der transversalen Auslenkung als Funktion von Ort und Zeit?
- Berechnen Sie die Spannung in dem Seil.

**Aufgabe 46 (Wellen, Dopplereffekt)** Ein französisches und ein amerikanisches Unterseeboot bewegen sich während eines Manövers in ruhigem Wasser im Nord Atlantik aufeinander zu (siehe Abbildung). Das französische U-Boot bewegt sich mit  $50\text{km/h}$  und das amerikanische mit  $70\text{km/h}$ . Das französische U-Boot sendet Sonarsignale (Schallwellen in Wasser) bei  $1000\text{Hz}$  aus. Sonarwellen breiten sich mit  $5470\text{km/h}$  aus.

- Welche Signalfrequenz registriert das amerikanische U-Boot ?
- Welche Frequenz registriert das französische U-Boot von den an dem amerikanischen U-Boot reflektierten Wellen?



**Aufgabe 47 (Überlagerung von Wellen)** Zwei ebene Schallwellen  $\xi_1 = A \cos(800t - 2z)$  und  $\xi_2 = A \cos(630t - 1,5z)$  werden überlagert. Wie sieht die Überlagerung aus und wie groß ist ihre Gruppengeschwindigkeit im Vergleich zu den Phasengeschwindigkeiten der beiden Einzelwellen?

**Aufgabe 48 (Schwingungen im U-Rohr)** In einem U-Rohr mit senkrechten Schenkeln von  $2\text{cm}$  Innendurchmesser steht eine Wassersäule der Masse  $0,5\text{kg}$ . Drückt man das Wasser in einem Schenkel um  $\Delta z = 10\text{cm}$  kurzzeitig herab, so beginnt die Säule zu schwingen. Wie groß ist die Schwingungsdauer? Wie groß sind maximale Geschwindigkeit und Beschleunigung? Wie lautet die Bewegungsgleichung unter Berücksichtigung der Reibung?

**Aufgabe 49 (Dopplereffekt)** Eine Dampflokomotive besitzt eine beidseitig offene Dampfpfeife von  $l = 12,5\text{cm}$  Länge, die mit Wasserdampf angeblasen wird

- Berechnen Sie die Grundfrequenz der Dampfpfeife beim Anblasen mit Wasserdampf. (Hinweis: Schallgeschwindigkeit in Wasserdampf  $v_D = 500\text{m/s}$ )
- Die Lokomotive fährt mit  $v = 108\text{km/h}$  auf einen Tunnel in einem Berg zu und gibt dabei ein kontinuierliches Signal aus ihrer Dampfpfeife ab. In einem Waggon hinter der Lokomotive hört man dieses Signal direkt und vom Berg reflektiert. Berechnen Sie das Verhältnis der gehörten Frequenzen. In der Dampfpfeife bildet sich eine Stehende Welle aus, die an beiden Enden jeweils einen Wellenbauch aufweist, da die Pfeife dort offen ist. Damit besitzt die Grundschiwingung der Frequenz  $f_0$  der stehenden Welle in der Pfeife genau eine halbe Wellenlänge]. Die Schallgeschwindigkeit in Luft ist  $v_L = 330\text{m/s}$ .

**Aufgabe 50 (Musikantenstreit)** Bei einem Festumzug herrscht Chaos und die Wagen (davon zwei mit Musikern) fahren durcheinander. Wir betrachten nur die beiden Musikwagen, die sich aufeinander zubewegen. Wagen 1 fährt mit Geschwindigkeit  $30\text{km/h}$  und Wagen zwei fährt auf ihn zu mit  $15\text{km/h}$ . Ein Geiger auf Wagen 1 stimmt gerade sein Instrument und spielt deswegen den Kammerton  $a$  ( $440\text{Hz}$ ). Seine Kollegen auf Wagen 2 behaupten, dass die Geige nicht gut gestimmt ist, seine Kollegen auf Wagen 1 sagen, dass er genau  $440\text{Hz}$  gespielt hat.

1. Wer hat Recht? Welche Frequenzabweichung hören die Musiker auf Wagen 2?
2. Die beiden Wagen fahren weiter aufeinander zu und bleiben dann nebeneinander stehen. Die beiden Gruppen streiten, wer Recht hat. Deswegen spielt der Geiger nochmals den gleichen Ton. In diesem Moment kommt eine Windböe (Rückenwind für Wagen 1) der Geschwindigkeit  $v = 10\text{m/s}$  auf und bläst den Musikern in Wagen 2 ins Gesicht. Was sagen die beiden Parteien jetzt? Kann der Streit beigelegt werden?

**Aufgabe 51 (Schallwellen)** Die Verschiebung eines Punktes aus der Ruhelage in einer ebenen stehenden Schallwelle lässt sich beschreiben durch  $\xi(x, t) = \xi_0 \sin(kx) \exp(-i\omega t)$ , wobei  $k, x, \omega$  und  $t$  die übliche Bedeutung haben. Betrachten Sie eine solche Schallwelle der Frequenz  $f = 1\text{kHz}$  in Luft der Temperatur  $T = 300\text{K}$ . Nehmen Sie an, die Druckänderung der Schallwelle betrage  $p_0 = 10^{-6}\text{bar}$  (im Vergleich zum Normaldruck  $p_a = 1\text{bar}$ ). Berechnen Sie näherungsweise die Amplitude der Verschiebung der Luftteilchen  $\xi_0$ , die mit dieser Schallwelle verbunden ist. (Hinweis: Stellen Sie zunächst den Zusammenhang von  $\xi_0$  und  $p_0$  auf. Nehmen Sie im weiteren an, dass Gas verhalte sich gemäß dem idealen Gasgesetz. Die Molmasse von Luft sei  $M = 29 \cdot 10^{-3}\text{kg/mol}$  und die Schallgeschwindigkeit  $v = 340\text{m/s}$ ).

**Aufgabe 52 (Nichtharmonische Schwingung)** Ein Klotz der Masse  $2\text{kg}$  befindet sich zwischen zwei Federn mit einer Federkonstante von je  $D_0 = 100\text{N/m}$ . Er kann auf seiner Unterlage hin und hergleiten. Die Reibungskraft ist  $|F_R| = f \cdot \text{Normalkraft}$ . Die Gleitreibungszahl sei  $f_1 = 0,3$  und die Haftreibungszahl  $f_0 = 0,9$

1. Nach welcher Gesetzmäßigkeit nehmen die Amplituden ab? (Hinweis: Betrachten Sie die Energieverhältnisse an aufeinanderfolgenden Umkehrpunkten  $x_n$  und  $x_{n+1}$  auf entgegengesetzten Seiten der Nulllage).
2. An welcher Stelle kommt der Klotz zur Ruhe, wenn er bei einer Auslenkung von  $22\text{cm}$  freigegeben wird.

**Aufgabe 53 (Gedämpfte Schwingung)** Eine Kugel mit der Masse  $m = 3$  befindet sich in einem Flüssigkeitsbad. Die Kugel ist an einer Feder befestigt, die ihrerseits an einer starren Wand angebracht ist. Die Feder habe eine Federkonstante von  $D = 120\text{N/m}$ . Die Kugel schwinde in dieser Anordnung. Aufgrund von Reibung nimmt die Amplitude bei 2 aufeinanderfolgenden Schwingungen um die Hälfte ab. Schwerkraft und Auftriebskraft werden nicht betrachtet.

1. Geben Sie die wirkenden Kräfte an und stellen Sie die Bewegungsgleichung für den Fall einer geschwindigkeitsproportionalen Reibungskraft auf!
2. Berechnen Sie die numerischen Werte der Schwingungsfrequenzen  $f_0$  von ungedämpftem und  $f$  von gedämpftem System!
3. Berechnen Sie den Radius der Kugel, falls die Dämpfungskonstante der Schwingung  $\gamma = 1,11\text{s}^{-1}$  ist und die Viskosität der Flüssigkeit  $\eta = 4\text{kg/(m.s)}$  beträgt. Die Reibungskraft  $F_R$  der Kugel im Flüssigkeitsbad ist bei Geschwindigkeit  $v$  durch  $6\pi\eta Rv$  gegeben.

**Aufgabe 54 (Messgerät)** Das drehbare Anzeigesystem habe das Trägheitsmoment  $J$  und die Rückstellgröße  $D^*$ . die Dämpfungsgröße  $k$  lässt sich variieren. Wie muss man sie wählen, damit die Annäherung an den Endausschlag bei einer Messung möglichst schnell erfolgt? Diskutieren Sie auch die Fälle  $D^*, k$  fest,  $J$  variabel und  $J, k$  fest und  $D^*$  variabel. Sind alle drei Fälle wichtig?

**Aufgabe 55 (Anfahren einer Maschine)** Beim Anfahren einer Maschine führt der Fußboden des Maschinengebäudes vertikale Schwingungen mit zunehmender Frequenz aus. Für ein Messgerät mit

## A Übungsaufgaben

Masse  $m = 100\text{g}$ , das hohe Schwingungsfrequenzen nicht verträgt, beträgt die kritische Kreisfrequenz  $\omega_k = 200\text{s}^{-1}$ . Das Gerät ist federnd und gedämpft gelagert. Die Feder ist so ausgewählt, dass die Eigenkreisfrequenz  $\omega_0$  für Messgerät und Feder  $\varepsilon = 10\%$  von  $\omega_k$  beträgt.

1. Wie groß ist die Federkonstante  $k$  der Aufhängung des Messinstruments?
2. Welchen Wert muss die Abklingkonstante  $\gamma$  haben, damit die Schwingungsamplitude  $A_m$  des Messgerätes bei  $\omega_0$  gerade so groß wie die Amplitude  $\xi_m$  der Erregerschwingung ist?
3. Bei welcher Kreisfrequenz  $\omega_{ext,M}$  ist das Amplitudenverhältnis  $A_m/\xi_m$  am größten, wenn die Abklingkonstante  $\gamma$  den oben berechneten Wert hat?
4. Welchen Wert hat  $A_m/\xi_m$  bei  $\omega_{ext,M}$  und bei  $\omega_k$ ?