

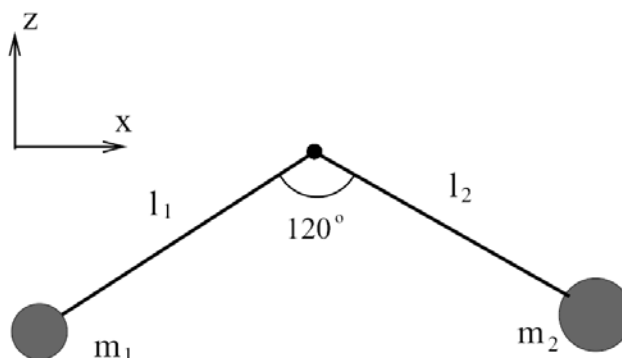
## A.2. Übungsaufgaben zum Kapitel 2

**Aufgabe 13 (Karussell)** Ein Mann steht neben einem Karussell. Beschreiben sie seine Bewegung in einem im Karussell verankerten Bezugssystem, das sich mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  dreht. Berechnen sie den zeitabhängigen Abstand des Mannes zu einem Punkt auf dem Karussell.

**Aufgabe 14 (Fliehkraftregler)** Zur Einstellung einer vorgegebenen Winkelgeschwindigkeit einer rotierenden Achse kann ein Fliehkraftregler eingesetzt werden. Das Grundprinzip beruht auf einer Anordnung, bei der an einer vertikalen, rotierenden Achse am oberen Ende zwei Kugeln der Masse  $m$  an zwei Armen der Länge  $d$  aufgehängt sind. Die Kugeln werden an den Armen mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  um die Achse gedreht, wobei sich ein zu  $\omega$  gehörender Winkel  $\beta$  einstellt.

1. Berechnen Sie die Winkelgeschwindigkeit  $\omega(\beta)$ .
2. Für welche Mindestwinkelgeschwindigkeit kann der Fliehkraftregler mit  $d = 8\text{cm}$  eingesetzt werden?
3. Skizzieren Sie  $\beta$  als Funktion von  $\omega$ .

**Aufgabe 15 (Drehmoment)** Zwei Massen sind in der folgenden Anordnung befestigt



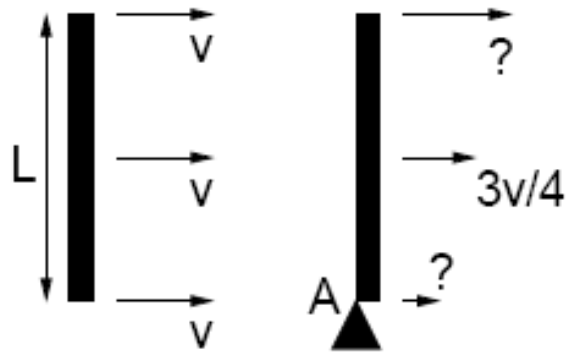
Dabei ist  $m_1 = 1\text{kg}$ ,  $m_2 = 2\text{kg}$ ,  $l_1 = 0.5\text{m}$ ,  $l_2 = 0.4\text{m}$ , der Zwischenwinkel beträgt  $120^\circ$ . Die Anordnung ist frei drehbar aufgehängt, die Bewegung erfolgt in der  $x$ - $z$ -Ebene.

1. Was ist das Gesamtdrehmoment der Anordnung bzgl. des Aufhängepunktes (in Abhängigkeit vom Winkel zwischen  $l_2$  und  $x$ -Achse)?
2. Nun seien die Massen in der Ruhelage. Welcher Winkel besteht zwischen  $l_2$  und der  $x$ -Achse?

Hinweis: Additionstheoreme:

$$\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y \quad \sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y$$

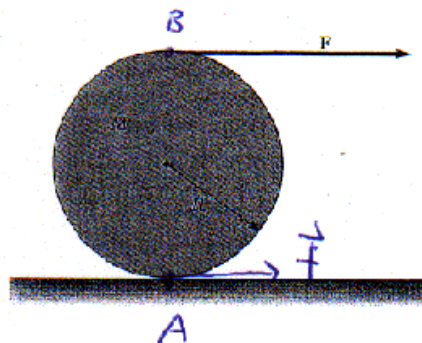
**Aufgabe 16 (Kollision)** Ein Stab der Masse  $m$  und Länge  $L$  bewegt sich mit der Geschwindigkeit  $v$  ohne Rotation auf einer reibungsfreien Oberfläche in Richtung seiner Breitseite. Zum Zeitpunkt  $t = 0$  kollidiert ein Ende des Stabes mit einem unbeweglichen Objekt. Direkt nach der Kollision liegt der Stab noch so wie vorher und sein Zentrum bewegt sich auch noch in die gleiche Richtung, aber mit einer auf  $\frac{3}{4}v$  gesunkenen Geschwindigkeit.



1. Finden sie die Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  des Stabes direkt nach der Kollision. (Tip: Der Gesamtdrehimpuls im Bezug auf den Kollisionspunkt A bleibt bei der Kollision erhalten. )
2. Berechnen sie die gesamte kinetische Energie des Stabes nach der Kollision.
3. Finden sie die Geschwindigkeiten der 2 Enden des Stabes direkt nach der Kollision.

Hinweis: Das Trägheitsmoment des Stabes beträgt  $\frac{ML^2}{12}$ .

**Aufgabe 17 (Garnrolle)** Eine Garnrolle mit Masse  $M$  und (beim Abrollen konstantem) Radius  $R$  wird entlang einer horizontalen Oberfläche mit einer konstanten Kraft  $F$  abgewickelt. Nehmen sie, dass die Rolle ein homogener Zylinder ist und nicht gleitet. Der Haftreibungskoeffizient ist  $\mu_H$ .

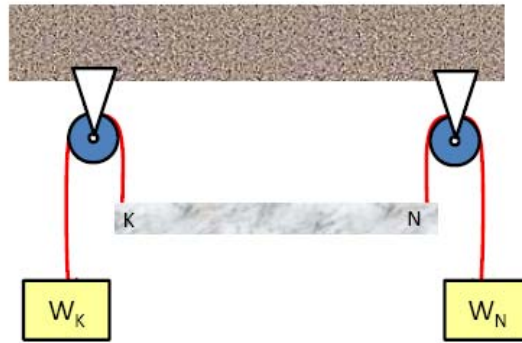


Geben sie die Ergebnisse in Abhängigkeit von  $F$ ,  $M$ ,  $R$ ,  $\mu_H$ ,  $g$  und  $L$  an:

1. Trägheitsmoment um die zentrale Achse
2. Die Winkelbeschleunigung
3. Die Beschleunigung des Schwerpunkts
4. Die Reibungskraft  $f$  (Betrag und Richtung)
5. Die gesamte kinetische Energie der Rolle nach einer Strecke  $L$ .

**Aufgabe 18 (Schnitt)** Das Bild zeigt eine Platte und 2 Gewichte die durch die Seile in diesem Gleichgewichtszustand gehalten werden. Das rechte Seil wird plötzlich abgeschnitten. Finden sie in Abhängigkeit der Länge  $L$  der Platte und deren Masse  $m$  die Beschleunigung am Ende  $K$  und am Ende  $N$  der Platte.

## A. Übungsaufgaben



**Aufgabe 19 (Reibung)** Ein Auto mit der Masse  $m=1000$  kg fährt auf einer runden Ebenen Strecke mit dem Radius  $100$  m. Der Haftreibungskoeffizient zwischen Reifen und Straße ist  $\mu = 0,5$ .

1. Was ist die maximale Geschwindigkeit in  $m/s$ , die maximale Winkelgeschwindigkeit und die Bewegungsenergie?
2. Um eine höhere Geschwindigkeit zu erreichen will der Fahrer die Reibungskraft durch  $500$  kg zusätzlichen Ballast erhöhen. Was ist die neue maximale Geschwindigkeit?

**Aufgabe 20 (Tonne)** Eine Tonne (homogener Hohlzylinder, Masse  $M$ , Radius  $R$  und Höhe  $H$ ) steht auf einer seiner flachen Seiten auf einer reibungsfreien Oberfläche. Ein Objekt (Masse  $m$ , Geschwindigkeit  $v_0$ ) trifft die Tonne in der Höhe  $H/2$  am Rand. Das Objekt setzt danach seinen Flug in die gleiche Richtung mit  $v_0/2$  fort. Vernachlässigen sie das erzeugte Loch und geben sie die Ergebnisse in Abhängigkeit von  $M$ ,  $R$ ,  $H$ ,  $v_0$  und  $m$  an.

1. Geben sie den Drehimpuls  $\vec{L}$  des Gesamtsystems in Bezug auf den Mittelpunkt der Tonne vor der Kollision an.
2. Geben sie die Translationsgeschwindigkeit  $\vec{v}$  des Tonnenschwerpunkts nach der Kollision an.
3. Wie ist die Winkelgeschwindigkeit  $\vec{\omega}$  der Tonne nach der Kollision?

**Aufgabe 21 (Bowling)** Eine Bowlingkugel mit der Masse  $m$  und dem Radius  $R$  werde so geworfen, dass sie sich nach dem Auftreffen auf der Bahn, ohne zu rotieren, horizontal mit einer Geschwindigkeit  $v_0 = 5$  m/s bewegt. Die Gleitreibungszahl zwischen Kugel und Bahn sei  $\mu_G = 0,3$ .

1. Bestimmen Sie die Zeit, während der die Kugel rollt, bevor die Rollbedingung erfüllt wird.
2. Bestimmen Sie die Strecke, die die Kugel durch Gleiten zurücklegt, bevor sie zur reinen Rollbewegung übergeht.

**Aufgabe 22 (Trägheitsmoment)** Berechnen sie das Trägheitsmoment eines Quaders mit Länge  $5$  m, Breite  $1$  m und Dicke  $20$  cm durch den Schwerpunkt und an einer langen Seite.

**Aufgabe 23 (Beschleunigung auf Schiefe Ebene)** Berechnen Sie die Beschleunigung eines Zylinders auf einer schiefen Ebene auf 3 verschiedene Arten:

1. Aus der Energie (Hinweis:  $\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dh} \frac{dh}{dt}$ )
2. Aus der Kraft auf den Schwerpunkt
3. Durch das Drehmoment bezüglich des Auflagepunkts

**Aufgabe 24 (Mars)** Die Marsbewohner haben erfahren, dass die Menschen einen Besuch auf ihrem Planeten planen. Da sie befürchten, dass die Menschen einen Ersatz für ihre Erde suchen, wollen

sie eine Kanone bauen, mit der sie sich verteidigen können. Welche Anfangsgeschwindigkeit müsste die Kugel ( $m = 10\text{kg}$ ) mindestens haben, wenn sie ein Objekt mit der Masse  $M = 100\text{kg}$ , das sich auf einer Geostationären Umlaufbahn bewegt aus dem Einflussbereich des Planeten bringen soll. Gehen sie zuerst davon aus, dass die beiden Körper unter Erhaltung der kinetischen Energie zusammen weiterfliegen und schätzen sie dann den Energieverlust durch einen inelastischen Stoß ab. ( $M_{\text{Mars}} = 6,42 \cdot 10^{23}\text{kg}$ ,  $R_{\text{Mars}} = 3400\text{km}$ ) Wie groß ist die Corioliskraft auf eine vom Äquator, mit dieser Geschwindigkeit, gestarteten Kugel (ein Marstag dauert 24 h 27 Minuten).

**Aufgabe 25 (Kometenbahn)** Der Komet Halley hat eine Umlaufzeit von 76 Jahren. Seine kleinste Entfernung zur Sonne ist 0,59 AE. Wie weit entfernt er sich maximal von der Sonne und wie groß ist die Exzentrizität seiner elliptischen Bahn? Hinweis: Suchen Sie eine Relation zwischen  $T$  und  $(a - e)$ .

**Aufgabe 26 (Pendelschwingung)** Welche Schwingungsdauer hätte ein Pendel auf dem Mond, das auf der Erde einmal pro Sekunde schwingt. (Mondmasse:  $7,349 \times 10^{22}\text{kg}$  und -radius  $1738\text{km}$ )

**Aufgabe 27 (Aus der Semstralen)** Das obere Ende eines homogenen Stabs der Länge  $L$  und Masse  $M$  mit vernachlässigbarer Breite und Dicke ist drehbar an einem sich in horizontaler Richtung frei beweglichen masselosen Lager befestigt. Eine horizontal mit der Geschwindigkeit  $v$  anfliegende Kugel der Masse  $m$  trifft das untere Ende des Stabs. Bei welchem Verhältnis  $m/M$  wird die Kugel gerade vollständig abgebremst und fällt senkrecht nach unten zu Boden? Berechnen Sie für diesen Fall die anfängliche Winkelgeschwindigkeit des Stabs und die anfängliche horizontale Geschwindigkeit des Aufhängepunktes nachdem die Kugel den Stab getroffen hat (in Abhängigkeit von  $L$  und  $v$ ).

**Aufgabe 28 (Yo-Yo)** Bei einem Yo-Yo mit Masse  $m$ , Radius  $R$  und Dicke  $d$  ist ein Faden um einen Zylinder mit Radius  $r$  in der Mitte des Yo-Yo aufgewickelt. Die Masse des Fadens kann vernachlässigt werden. Bevor wir das Yo-Yo loslassen, wird der Faden gespannt.

1. Finden sie die Winkel- und Schwerpunktbeschleunigung des Yo-Yos nach dem Loslassen.
2. Berechnen sie die Kraft auf den Faden.